Astrofizyka II

Spektroskopia

Optyka geometryczna

Podział widma elektromagnetycznego na zakresy pochodzi głównie od technologii stosowanych do jego rejestrowania (detekcji) oraz rozszczepiania (analizy spektroskopowej).

W danym zakresie widma stosuje się te same metody budowy elementów optycznych oraz spektroskopów.

W zakresie fal dłuższych niż ok 50 µm (radio, mikrofale) stosuje się falowody, anteny dipolowe, detektory koherentne (zdolne do rejestracji nie tylko natężenia fali, ale również przesunięcia w fazie) itp

W zakresie fal krótszych niż ok. 0.01 μm (roentgen) znane są jedynie dwa elementy optyczne: kryształy oraz lustra i siatki typu grazing incidence. (co google tłumaczy na: występowanie wypasu)

Zakres optyczny zawiera się umownie pomiędzy: 50 μm 500000 Å 6 THz 0.03eV a 0.01 μm 100 Å 30 PHz 100eV

FIR (far infra-red) 50-15 µm

detektory: bolometryczne, półprzewodnikowe, nadprzewodnikowe soczewki: tylko specjalne materiały (np. bromek talu TIBr) zwierciadła: pokryte złotem atmosfera: silne pasma absorpcji w całym zakresie

IR (infra-red) 15-1.2 µm

detektory: bolometryczne, półprzewodnikowe, nadprzewodnikowe soczewki: specjalne materiały lub niektóre materiały dla światła widzialnego (np. fluorek magnezu MgF₂) zwierciadła: pokryte złotem, srebrem lub aluminium atmosfera: niektóre pasma absorbowane, inne przepuszczane

UVOIR (near infra-red, visible, near ultra-violet) 1.2-0.35 µm

detektory: półprzewodnikowe, fotochemiczne, fotoelektryczne soczewki: różnorodne materiały zwierciadła: pokryte srebrem, aluminium atmosfera: w większości przezroczysta









FUV (far ultra-violet) 0.35-0.2 µm

detektory: zoptymalizowane kamery optyczne (warstwy fosforowe) soczewki: tylko specjalne materiały zwierciadła: atmosfera: pochłania silnie



VUV (vacuum ultra-violet) 0.2-0.12 µm

detektory: płytka mikrokanalikowa soczewki: współczynniki transmisji niższe niż FUV zwierciadła: współczynniki odbicia niższe niż FUV atmosfera: pochłania bardzo silnie, potrzebne instrumenty próżniowe

EUV lub XUV (extreme ultra-violet) 0.12-0.01 µm

detektory: płytka mikrokanalikowa soczewki: brak przezroczystych materiałów (poza błonami 1-2 μm) zwierciadła: współczynniki odbicia 0.1-0.2, pokryte np. węglikiem krzemu atmosfera: pochłania silnie



Zakresy długości fal transmitowanych efektywnie przez różne materiały soczewek optycznych (Edmund Optics).



Odbijalność gładkiego metalu (Kunz & Wegener, 2010).

Optyka geometryczna

Dział optyki zajmujący się modelowaniem optyki za pomocą promieni świetlnych, którymi przybliża się propagację światła.

Założenia odnośnie promieni świetlnych:

- 1. Promienie są prostoliniowe w jednorodnym ośrodku.
- 2. Promienie zmieniają kierunek i/lub dzielą się na dwa na granicy różnorodnych ośrodków.
- 3. Promienie są zakrzywione w ośrodku o zmiennym współczynniku refrakcji.
- 4. Promienie mogą być odbite lub zaabsorbowane.

Optyka geometryczna nie uwzględnia dyfrakcji i interferencji światła.

Optyka geometryczna jest dobrym przybliżeniem gdy badamy formowanie obrazów w układach optycznych o rozmiarach znacznie większych od długości fali światła.

Podstawowe pojęcia

Promień światła – użyteczne pojęcie fikcyjne (podobne do linii sił pola) ilustrujące kierunek rozchodzenia się światła, zawsze prostopadłe do **czoła fali światła** (czyli powierzchni łączącej punkty o tej samej fazie).

Punktowe źródło światła – fikcyjne źródło światła o nieskończenie małych rozmiarach świecące idealnie izotropowo w każdym kierunku.



Wg. Zasady Fermata światło "wybiera" taką drogę która zajmuje my najmniej czasu na jej przebycie. Ilustracja **zasady Huygensa** rozchodzenia się światła, czoła fali światła oraz promienia światła. (en.wikipedia.org).

Podstawowe pojęcia

Współczynnik refrakcji n – stosunek prędkości fazowej światła w próżni c do prędkości fazowej światła w danym ośrodku v.

$$n = \frac{C}{V}$$

Ilustracja prędkości fazowej i grupowej fali nieharmonicznej (wikipedia.org)

Odległość geometryczna (GD) – odległość fizyczna którą pokonuje światło

Odległość (droga) optyczna (OD) – odległość fizyczna którą pokonuje światło pomnożona przez lokalny współczynnik refrakcji. Odległość optyczna od każdego punktu obiektu do odpowiadającego mu punktu obrazu w idealnym układzie optycznym powinna być taka sama.

$$OD = \int_{a}^{b} n(s) ds > GD$$

W próżni: GD = OD

Optyka gausowska

Optyka geometryczna – optyka w której zakłada się prostoliniowe rozchodzenie się światła w ośrodku jednorodnym, załamanie światła na granicy ośrodków, pochłonięcie odbicie i krzywoliniowe rozchodzenie się światła w ośrodku który ma zmienny współczynnik refrakcji. Pomija dyfrakcję i interferencję.

Optyka gausowska – jest to część optyki geometrycznej w której zakłada się, że promienie światła mają jedynie niewielkie kąt w stosunku do osi optycznej. Dodatkowo często przyjmuje się, że wszystkie powierzchnie optyczne są albo płaskie albo sferyczne.

Przybliżenie małych kątów:

$$\sin(\alpha) = \alpha \quad \cos(\alpha) = 1 \quad tg(\alpha) = \alpha$$

Przykładem zastosowania jest uproszczone prawo załamania światła:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} \qquad \longrightarrow \qquad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

Pojedyncza granica ośrodków



Dostajemy podstawowe równanie łączące odległość obiektu u, obrazu v, promień krzywizny R oraz współczynniki załamania ośrodków $n_1 i n_2$:

$$n_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{u}\right)=n_2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{v}\right)$$

Przy przejściu światła z ośrodka n_1 do n_2 mamy więc:

$$n_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{u}\right) = n_2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{v}\right)$$

Przy przejściu światła z ośrodka n₂ do n₁ mamy analogiczne równanie (w którym założyliśmy inną krzywiznę granicy ośrodków $R_2 \neq R_1$):

$$n_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{u'}\right) = n_1\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{v'}\right)$$

Ponieważ odległość obrazu v równa się odległości obiektu u' mamy więc:

$$n_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{\nu}\right) = n_1\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{\nu'}\right)$$

Łącząc te równania i eliminując v dostajemy:

$$n_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{u}\right) - n_2\left(\frac{1}{R_1}\right) = n_1\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{v'}\right) - n_2\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

$$n_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{u}\right) - n_2\left(\frac{1}{R_1}\right) = n_1\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{v'}\right) - n_2\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

Teraz przyjmijmy, że soczewka jest w powietrzu ($n_1 = 1$) oraz $n_2 = n i v' = v$:

1	_ 1	<u>n</u>	_ 1	1	<u>n</u>
R_1	u	$\overline{R_1}$	$\overline{R_2}$	v	$\overline{R_2}$

Co daje po przekształceniu daje nam równanie soczewki w postaci:

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Jeśli przyjmiemy, że odległość obiektu u = -∞ wówczas dostajemy wzór w którym odległość obrazu v jest równa **ogniskowej** soczewki f:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \qquad \qquad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Łącząc powyższe równania otrzymujemy **równanie cienkiej soczewki** (ang. gaussian thin lens equation):

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$



Typowe konwencje:

1. odległości na lewo od soczewki (po stronie obiektu) są ujemne, na prawo dodatnie (ang. sign convention, Cartesian convention)

2. promień krzywizny jest dodatni gdy krzywizna jest wypukła w prawo

3. często (ale nie zawsze) projektuje się wszystkie elementy optyczne na wspólnej osi optycznej (ang. centration)

Ciekawostka:

Słowo soczewka pochodzi od soczewicy. Angielskie słowo lens pochodzi również od soczewicy (łac. lens, ang. lentil).



Ziarna soczewicy (www.gryczanka.pl).



Konwencja znaków dla promienia krzywizny R i oraz pozycji środka krzywizny soczewki C (en.wikipedia.org).

Dodatkowe uwagi:

Oś optyczna soczewki sferycznej jest prostą łączącą jej dwa środki krzywizny.

Oś optyczna zwierciadła sferycznego jest dowolną prostą przechodzącą przez środek krzywizny.

Soczewka ma dwa ogniska, zwierciadło jedno.

Płaszczyzna ogniskowa przechodzi przez ognisko i jest prostopadła do osi optycznej.

Promień krzywizny sferycznego zwierciadła R wynosi 2f.

Lustra wklęsłe i wypukłe można traktować jakby to były odpowiadające im soczewki które mają identyczne ogniskowe.



Schemat zwierciadeł sferycznych (www.learncbse.in)

Soczewka cienka

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

W optyce stosuje się niekiedy dodatkowe pojęcia:

Krzywizna soczewki (curvature) c w dioptriach (m⁻¹) zamiast R.

$$c = \frac{1}{R}$$

Moc soczewki, zdolność skupiająca (power) P w dioptriach (m⁻¹). Dodatnia dla soczewek skupiających.

$$P = \frac{1}{f}$$

Wówczas równanie cienkiej soczewki przyjmuje postać:

$$P = (n-1)(c_1 - c_2) = (n-1)\Delta c$$

Soczewka gruba

Wykonując podobne obliczenia jak dla soczewki cienkiej, przy założeniu u' = v - d, gdzie d jest grubością soczewki można otrzymać równanie **soczewki grubej**:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)}{n} \frac{d}{R_1 R_2} \right)$$
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \frac{d}{R_1 R_2}$$

Odpowiednikiem tego równania w dziedzinie mocy soczewki P jest równanie Gullstrand'a (Allvar Gullstrand, szwedzki optyk, 1862–1930)

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \frac{d}{n}$$

gdzie P_1 i P_2 to moc pojedynczej powierzchni optycznej P = (n-1)/R

Pojawia się jednak problem: od którego miejsca soczewki grubej należy liczyć jej ogniskową f?

Soczewka gruba

W soczewkach grubych wprowadzono pojęcie **płaszczyzny głównej** (ang. principal plane). Każda soczewka ma dwie takie płaszczyzny.



Schemat soczewki grubej. Tor lotu światła wewnątrz soczewki jest fikcyjny (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu)

Płaszczyzna główna to fikcyjna powierzchnia płaska, prostopadła do osi optycznej, w którym przyjmujemy, że tylko tam zachodzi załamanie światła. Tylko mierząc od niej można stosować równania soczewki grubej.

Punkty przecięcia płaszczyzn głównych o osią optyczną to punkty główne.

Soczewka gruba



Przykłady położenia płaszczyzn głównych H i H'.

Gdy soczewka jest symetryczna wówczas płaszczyzny główne są również symetryczne względem środka soczewki. Dla soczewki cienkiej obydwie płaszczyzny zlewają się w jedną i pokrywają z samą soczewką (en.wikipedia.org).

Soczewki lub zwierciadła asferyczne są elementami optycznymi, których przynajmniej jedna powierzchnia nie jest sferyczna ani cylindryczna.

Odpowiednio wykonane soczewki asferyczne mogą zredukować: aberrację sferyczną, astygmatyzm, komę.

Soczewki asferyczne mogą też zastąpić niektóre układy soczewek, będąc od nich lżejsze a nawet niekiedy tańsze.

Soczewki asferyczne bywają stosowane w obiektywach fotograficznych, okularach, obiektywach komórkowych, teleskopach katadioptrycznych.



Porównanie sferycznego zwierciadła bez i z płytą korekcyjną Schmidta (en.wikipedia.org).

Soczewki asferyczne opisywane są zwykle równaniem z(r):



$$z(r) = \frac{r^2}{R\left(1 + \sqrt{1 - (1 + K)\frac{r^2}{R^2}}\right)} + \alpha_1 r^2 + \alpha_2 r^4 + \dots ,$$

gdzie

z(r) jest odchyleniem od płaszczyzny prostopadłej do osi optycznej w zależności od odległości od osi optycznej

R to promień krzywizny

K to tzw. stała stożkowa (ang. conic constant) określająca kształt powierzchni: K=0 sferyczna, K>-1 eliptyczna, K=-1 paraboliczna, K<-1 hiperboliczna, K=-∞ płaska. Niekiedy zamiast K podaje się mimośród e (K = -e²).

 $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ - współczynniki dla krzywych nie stożkowych

W jakim stopniu pojedyncza soczewka asferyczna może skorygować wady optyczne w porównaniu do soczewki sferycznej?



W określonych warunkach soczewka asferyczna może być całkowicie pozbawiona wad na osi optycznej w jednej długości fali (www.novuslight.com).

W optyce geometrycznej i gaussowskiej oznacza to skupienie światła równoległego do osi optycznej w idealny punkt matematyczny. Gdyby uwzględnić dyfrakcję wówczas obszar ten będzie jednak większy.

O jakości soczewki asferycznej może decydować sposób wykonania.



Stosunek Strehl'a Diffraction-Limited Aspheres (AL2550H i AL2540H), CNC-Polished Asphere (AL2550), Air-spaced Spherical Doublet (AC-A254-050) (www.thorlabs.com).



Porównanie błędów czoła fali dla pojedynczej soczewki asferycznej oraz dubletu achromatycznego (www.thorlabs.com).

Soczewki (zwierciadła) o dowolnym kształcie (ang. freeform), są rozważane w sytuacji gdy chcemy zminimalizować wady optyczne przy jak najmniejszej liczbie elementów optycznych, przy układach pozaosiowych, przy ultra szerokich polach widzenia, przy misjach kosmicznych.



Schematyczne przekroje osiowych i pozaosiowych soczewek różnych typów (www.asphericon.com).

Przykładowe zastosowania



Pozaosiowe (off-axis) teleskopy obrazujące.

Z lewej: trzy zwierciadła off-axis i jedno płaskie, z prawej: trzy soczewki free form (Duerr et al., 2013).

Przykładowe zastosowania



Optyka o symetrii osiowej nie jest dopasowana do kwadratowych lub prostokątnych detektorów (Duerr et al. 2013).

Przykładowe zastosowania



Diagram plamkowy dla optyki o symetrii osiowej z lewej, dla optyki freeform z prawej (Duerr et al. 2013).

Przykładowe zastosowania



Rozmiar plamki dla optyki o symetrii osiowej u góry, dla optyki freeform na dole (Duerr et al. 2013).

Przykładowe zastosowania



Polaroid SX-70 (1972-81r).

Przykładowe zastosowania



Polaroid SX-70 z soczewką freeform D (Ye et al., 2017).

Przykładowe zastosowania



Green Bank Telescope (images.nrao.edu)



Teleskop kosmiczny COROT (www.sciencephoto.com)
Dwie soczewki cienkie

Składając dwie cienkie soczewki o ogniskowych f₁ i f₂ uzyskujemy układ, który można traktować jak pojedynczą soczewkę o ogniskowej f danej wzorem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} ,$$

gdzie d jest odległością pomiędzy soczewkami.

Odpowiednikiem tego równania w dziedzinie mocy soczewek jest inny wariant równania Gullstrand'a:

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 d$$

Jeśli skleimy dwie cienkie soczewki wówczas d=0 i mamy:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Uwaga: w tym przypadku musimy przypisać ogniskowym f odpowiednie znaki. Np. Soczewce skupiającej zwykle przypisuje się f>0 a rozpraszającej f<0.

Wady i zalety łączenia soczewek w układy w porównaniu do pojedynczej soczewki o tej samej ogniskowej i tej samej średnicy?

Zwiększeniu ulega poziom komplikacji, ceny i masa układu w stosunku do pojedynczej soczewki o tej samej

Zwiększa się liczba przejść światła pomiędzy ośrodkami, a za każdym razem część światła jest tracona przez odbicie.

Dobrze dobrane zestawy soczewek mogą wzajemnie korygować swoje wady optyczne w bardzo dużym

Achromat

Połączenie (zwykle przez sklejenie) dwóch soczewek o różnych współczynnikach załamania światła: skupiającej ze szkła kronowego i rozpraszającej ze szkła flintowego ($n_F > n_K$).



Schemat soczewki achromatycznej (en.wikipedia.org)

Soczewki archromatyczne są pozbawione aberracji chromatycznej dla dwóch długości fali światła (dobierając kształt i gatunek szkła można wybrać do pewnego stopnia które to długości), a dla pozostałych długości mają tą wadę mniej

Achromat



Symulacja biegu światła w achromacie i soczewce płasko-wypukłej (thorlabs.com)

Achromat

W astronomii współcześnie stosowany jedynie w obiektywach najprostszych i najtańszych refraktorów.

Większość największych (>70cm) refraktorów astronomicznych powstało w XIX wieku i są to achromaty.

W fotografii (nieastronomicznej) został całkowicie wyparty przez bardziej złożone układy soczewek.

Achromat jest popularny w tańszych lornetkach i lunetach widokowych.



125cm refraktor (Paryż 1900r)



110cm refraktor – Szwedzki Teleskop Słoneczny pojedyncza soczewka nie-achromatyczna (La Palma 2002r)



Do 2002r największy refraktor astronomiczny 102cm (Yerkes 1897)

Aplanat

Połączenie dwóch symetrycznych achromatów zostało wynalezione w 1866r przez Carla Steinheila i niezależnie przez Johna Dallmeyera.



Schematyczny przekrój przez klasyczny obiektyw typu aplanat (en.wikipedia.org).

Układ ten wyeliminował większość wad optycznych w fotografii XIXw, dziś już rzadko stosowany.

Więcej soczewek

Apochromat

Nie ma ścisłej definicji, ale zwykle jest to układ co najmniej 3 soczewek o znacząco zredukowanej aberracji w stosunku do achromatu.

Typowy apochromat pozwala na zogniskowanie światła w płaszczyźnie ogniskowej dla 3 długości fali światła.

W pozostałych długościach zaś wady są zminimalizowane.



Więcej soczewek

W soczewkach i ich układach różne długości fali światła mają różne odległości ogniskowe. Im mniej się one zmieniają tym lepszy obiektyw.



Porównanie odległości ogniskowej dla pojedynczej soczewki i różnych układów soczewek (Buczyński i in., 2019).

Więcej soczewek





Schemat obiektywu fotograficznego Canon EF 24-105 L f/4. Na zielono zaznaczono soczewki asferyczne. Ciemny niebieski oznacza soczewnę ze szkła niskodyspersyjnego. (www.wikiwand.com)

Przykładem układu dwóch soczewek jest np. teleskop Keplera.



W tym przypadku odległość między soczewkami d = $f_1 + f_2$, a więc

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2} \qquad \qquad \frac{1}{f} = 0$$
$$\frac{1}{f} = \frac{f_2 + f_1 - f_1 - f_2}{f_1 f_2} \qquad \qquad f = \infty$$

Soczewka Barlowa – soczewka lub układ soczewek rozpraszających umieszczonych za obiektywem w celu wydłużenia ogniskowej całego zestawu (ekstender ogniskowej).



W tym przypadku odległość między soczewkami d < f_1 , f_2 < 0, a więc



Reduktor ogniskowej – soczewka lub układ soczewek skupiających umieszczonych za obiektywem w celu skrócenia ogniskowej całego zestawu.



W tym przypadku odległość między soczewkami d < f_1 , $f_2 > 0$, a więc



Porównanie reduktora i ekstendera ogniskowej (soczewki Barlowa).

Widać nie tylko zmianę zbieżności wiązki światła (ogniskowej) ale i przesunięcie ogniska układu (Vik Dhillon, 2012).

Dodatkowa soczewka (lub układ soczewek) może być umieszczony przed obiektywem w celu zmiany ogniskowej całego zestawu.



Przykład modyfikacji ogniskowej (i związanego z nią pola widzenia) za pomocą soczewek umieszczanych przed obiektywem (amazon.com)

Po co zmieniać ogniskową danego obiektywu lub teleskopu?

Wydłużenie ogniskowej powoduje m. in.:

- zwiększenie powiększenia
- zwiększenie rozmiarów obrazu w ognisku teleskopu
- zwiększenie skali obrazu na kamerze
- zmniejszenie pola widzenia
- zmniejszenie ilości światła padającego na piksel
- przesunięcie płaszczyzny ogniskowej dalej od obiektywu

Reduktory ogniskowej i soczewki Barlowa mogą również wprowadzić lub zwiększyć wady optyczne danego układu.

Każda soczewka skupiająca zredukuje ogniskową, Każda soczewka rozpraszająca wydłuży ogniskową, ale tylko dobrze dobrana nie wprowadzi dodatkowych wad optycznych.

Podstawowe rodzaje soczewek dodawanych do teleskopów zwierciadlanych (i nie tylko):

Modyfikatory ogniskowej układu (a więc i pola widzenia i skali obrazu):

Reduktora ogniskowej

Soczewka Barlowa (ekstender ogniskowej)

Pełnoaperturowe korektory wad optycznych:

Płyta korekcyjna

Podaperturowe (niepełno-aperturowe) korektory wad optycznych:

Korektor komy

Wypłaszczacz pola

Układy wielofunkcyjne:

Redukor-korektor

Korektor komy



Przykład zastosowania współczesnego korektora komy (Baader Planetarium).



Przykład zastosowania współczesnego korektora komy (Romer Optics).

Teleskopy Newtona mają bardzo silną wadę optyczną pozaosiową – komę.

Frank Elmore Ross (1874-1960) astronom amerykański pracujący m.in. w Yerkes Observatory opracował w 1935r dwusoczewkowy korektor optyczny do teleskopów Newtona.

Korektory komy poprawiają obraz tworzony przez teleskop poza osią optyczną, przez co zwiększają użyteczne pole widzenia,

Corrected Dall Kirkcham



Schemat teleskopu typu Corrected Dall-Kirkcham f/6.5 (ASA Astro Systeme Austria).

Teleskopy typu DK (wynalezione w 1928) mają elipsoidalne lustro główne i sferyczne lustro wtórne. Są tanie w produkcji, ale mają silne wady pozaosiowe.

Teleskopy CDK są modyfikacją polegającą na dodaniu dwusoczewkowego korektora, który likwiduje większość wad optycznych.

Punkty węzłowe (nodalne)

Punkty węzłowe to takie punkty w które skierowane promienie przechodzą przez soczewkę nie zmieniając kierunku (kąta do osi optycznej). Promień skierowany w jeden punkt węzłowy wydaje się wychodzić z drugiego punktu węzłowego pod tym samym kątem do osi optycznej.



Punkty węzłowe N i N' (wikipedia.org)

Płaszczyzny główne i węzłowe się pokrywają jeśli współczynnik załamania światła jest taki sam po obydwu stronach soczewki.

Punkty kardynalne

Dla każdego obrotowo symetrycznego układu soczewek w optyce geometrycznej można określić 3 pary punktów na jego osi optycznej (oraz odpowiadające im płaszczyzny), które w pełni określają jego jego własności optyczne (np. rozmiar, odległość i orientacja obrazu) w zakresie obejmowanym przez optykę geometryczną.

Ogniska optyczne (płaszczyzny ogniskowe)

Punkty główne (płaszczyzny główne)

Punkty węzłowe (płaszczyzny węzłowe)



Punkty kardynalne soczewki grubej (wikipedia.org)

W ogólności jest to każdy otwór ograniczający bieg promieni świetlnych. Może to być soczewka, przesłona, tubus teleskopu lub dowolne inne ograniczenie.

Zwykle jednak przez aperturę rozumie się **średnicę** okrągłego otworu takiego, który miałby tą samą powierzchnię co najszersza wiązka równoległych promieni światła (wiązka o największej powierzchni przekroju poprzecznego) wchodząca do obiektywu lub teleskopu, która w całości dotrze do ogniska.

Apertura jest więc średnicą efektywną danego układu optycznego.

W przypadku pojedynczych soczewek jest to średnica czynna soczewki, (czyli średnica nie ograniczona przez np. mocowanie soczewki).



Bieg promieni równoległych w pojedynczej soczewce (expertphotography.com)

W przypadku układów soczewek apertura może być mniejsza niż średnica pierwszej (zewnętrznej) soczewki układu.



Bieg promieni równoległych w wielosoczewkowym obiektywie

(Physically Based Rendering: From Theory To Implementation, Matt Pharr, Wenzel Jakob, and Greg Humphreys)

Uwaga! Apertura zwykle nie jest średnicą żadnej soczewki w układzie!

W astronomii apertura zwykle jest równa (lub bardzo bliska) średnicy zwierciadła głównego, ale nie zawsze!

Przykład: kamera Schmidta w Obserwatorium w Piwnicach (k/Torunia) ma średnicę lustra ok. 90cm, ale średnicę płyty korekcyjnej i w efekcie aperturę jedynie ok. 60cm.





Teleskop "90cm" w Toruniu (Andrzej Rzemieniak, www.zsma.pl)

Skrajnym przypadkiem obiektywów w których apertura i średnica zastosowanych soczewek nie są sobie równe są szerokokątne obiektywy typu rybie oko (ang. fish eye lens).



Obiektyw typu rybie oko Nikkor 6mm f/2.8 dla aparatów z pełną klatką (http://tcistudio.co.uk). Wyprodukowany w 1970r, w 2012r sprzedany na aukcji za 0.5 mln zł. Pole widzenia 220°.



Nikkor 6.3mm f/2.8 (http://www.pierretoscani.com) Średnica soczewki czołowej: 213 mm Apertura: 2.25 mm

Urządzenie mechaniczne ograniczające aperturę obiektywu, minimalna apertura (ang. aperture stop, diaphragm).



Różne ustawienia przesłony zmieniające aperturę (źrenicę wejściową) obiektywu (en.wikipedia.org)

Stopień otwarcia przesłony określa liczba przesłony (ang. f-number).

Przesłona może być umieszczona z przodu, wewnątrz lub na końcu układu optycznego.



Przesłona wewnątrz obiektywu (Edmund Optics).

Przesłony słoneczne teleskopów (astro.ecuadors.net).

W teleskopach astronomicznych przesłon się zwykle nie stosuje, ale niekiedy ogranicza się światło wpadające do teleskopu za pomocą odpowiedniej maski w konkretnym celu.



Maska Bahtinova – jej założenie ułatwia zogniskowanie teleskopu (en.wikipedia.org)



Obrazy gwiazdy w teleskopie z maską Bahtinova założoną na obiektyw (en.wikipedia.org).

Szczelina jest rodzajem przesłony stosowanej w spektrografach m.in. w celu eliminacji światła niechcianych źródeł światła i selekcji światła wybranego obiektu na wejściu do spektrografu.



Slit Disperser CCD

Schemat ideowy spektrografu szczelinowego (http://www.starlink.ac.uk)

Światłosiła

Stosunek apertury (średnicy efektywnej D) układu optycznego do jego ogniskowej wypadkowej (efektywnej) F.

$$N = \frac{F}{D}$$

Przyjęło się zapisywanie apertury w postaci: f/N np. f/4

W fotografii przyjęło się stosować przesłony, które odpowiadają światłosiłom z ciągu potęgowego:

$$f/1.0 = f/\sqrt{2}^{0}$$

$$f/1.4 = f/\sqrt{2}^{1}$$

$$f/2.0 = f/\sqrt{2}^{2}$$

$$f/2.8 = f/\sqrt{2}^{3}$$

Źrenica wejściowa (ang. entrance pupil) jest to rozmiar i kształt przekroju wiązki światła wchodzącej do układu optycznego. W praktyce pojęcie podobne do apertury, ale rozszerzone dla różnych kątów wejściowych w stosunku do osi optycznej i określające również kształt, a nie tylko rozmiar (powierzchnię) apertury. Kształt i rozmiar źrenicy może być dla każdego kąta inny.

Źrenica wyjściowa (ang. exit pupil) jest to rozmiar i kształt przekroju wiązki światła wychodzącej z układu optycznego.



Ilustracja źrenicy wejściowej (apertury) i źrenicy wyjściowej.

Źrenica wyjściowa to również minimalny obszar oświetlony przez światło wychodzące z układu soczewek, dla dowolnej wiązki światła wchodzącej z drugiej strony obiektywu. W tym miejscu można umieścić najmniejszych rozmiarów przesłonę, która nie będzie blokować ani trochę światła. W niektórych przypadkach źrenice mogą być nieskończenie daleko.



Ilustracja źrenicy wejściowej (apertury) i źrenicy wyjściowej obiektywu (http://www.coinimaging.com).

Źrenica wyjściowa jest nazywana również **wirtualną aperturą** (ang. virtual aperture) oraz **dyskiem Ramsdena** (od ang. optyka Jesse Ramsdena 1735-1800).

Źrenicę wejściową i wyjściową można w przybliżeniu zobaczyć zaglądając do układu optycznego wizualnie z dalekiej odległości.

Połączenie dwóch układów optycznych wymaga by źrenica wyjściowa pierwszego pasowała do źrenicy wejściowej drugiego, aby nie generować dodatkowych strat światła.

Każda kolejna soczewka w układzie optycznym musi mieć większą aperturę niż źrenica wyjściowa poprzednich soczewek w układzie, aby nie blokować światła.

Źrenica wejściowa i wyjściowa zależy często od kąta do osi optycznej, zwykle maleje, jest to znane jako zjawisko winietowania.

Bezstratne dopasowanie układów optycznych do siebie jest bardzo ważne w spektroskopii. M. in. dzięki dobremu spasowaniu optyki teleskop 0.5m PST1 ma podobny zasięg do teleskopów o średnicy 1 lub nawet 2m, ale z gorzej dopasowanymi spektrografami,



Nikkor 28mm f/2.8 (http://www.pierretoscani.com)

Środek źrenicy wejściowej jest nazywany "**punktem bez paralaksy**" (ang. no-parallax point). Obrót wokół tego punktu nie powoduje zjawiska paralaksy na obrazie. W przypadku obiektywów szerokokątnych punkt ten przesuwa się wraz z kątem obrotu obiektywu.



Z podobieństwa trójkątów można wykazać, że średnica źrenicy wejściowej (apertura) D, oraz średnica źrenicy wyjściowej d w teleskopie o ogniskowej F wynosi:

$$\frac{D}{d} = \frac{F}{F_e}$$

gdzie F_e jest ogniskową okularu

W obserwacjach wizualnych ważne jest by teleskop z okularem nie miał źrenicy wyjściowej większej niż średnica źrenicy wejściowej ludzkiego oka.
Apertura liczbowa (numeryczna)

Sinus maksymalnego kąta pod jakim fala może wejść do elementu optycznego pomnożony przez współczynnik załamania ośrodka w którym się znajduje.





(maksymalny kąt zbieżności stożka światła w ognisku, w obiektywie, strzałki w drugą stronę)

Apertura liczbowa (ang. numerical aperture) jest zachowana dla danej wiązki światła przy przechodzeniu przez ośrodki o różnym współczynniku załamania (o ile nie ma po drodze soczewek lub niepłaskich zwierciadeł). Jest to de facto inne sformułowanie pra

Pole widzenia

Kątowe pole widzenia (ang. field of view) jest to maksymalny kąt bryłowy z którego światło może dotrzeć do ogniska układu optycznego.

Zwykle określane wzdłuż boków sensora (AxB), lub jako jeden kąt gdy jest okrągłe.

Zależy od budowy układu optycznego, może być ograniczone przez wady optyczne, rozmiar soczewek, obudowę soczewek,



Pole widzenia



F – ogniskowa układu

Każdy układ optyczny ma maksymalne **skorygowane pole widzenia** (obszar w którym nie widać silnych wad optycznych) a więc maksymalny rozmiar detektora, który można do niego dopasować. Podawane jest więc najczęściej w milimetrach.

Zdolność rozdzielcza układu optycznego może być określona na trzy sposoby:

1. Minimalna odległość kątowa przy której sąsiednie obiekty są nadal rozdzielone (dla teleskopów).

2. Minimalna odległość liniowa na matrycy (obrazie) przy której sąsiednie obiekty są nadal rozdzielone (dla obiektywów).

3. Minimalna odległość liniowa na obiekcie przy której sąsiednie obiekty są nadal rozdzielone (dla satelitów obserwujących Ziemie).



Idealny obraz dyfrakcyjny punktowego źródła światła w układzie optycznym o aperturze D opisuje funkcja Airego:

$$P(\vec{\alpha}) = \frac{\pi D^2}{4 \lambda^2} \left[\frac{2 J_1(\pi D |\vec{\alpha}|/\lambda)}{\pi D |\vec{\alpha}|/\lambda} \right]^2$$





Pierwsze minimum P($\vec{\alpha}$) pojawia się w odległości: 1.22 λ / D od maksimum funkcji. To jest tzw. **kryterium Rayliegh'a**.

$$P(\vec{\alpha}) = \frac{\pi D^2}{4 \lambda^2} \left[\frac{2 J_1(\pi D |\vec{\alpha}|/\lambda)}{\pi D |\vec{\alpha}|/\lambda} \right]^2$$

Pierwsza pochodna funkcji Bessla $[J_1(x)]' = -J_2(x)$:

$$J_{2}(x) = -\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2(m+2)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{(2m+2)} = 0$$

$$-\frac{1}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^{2} + \frac{1}{12} \left(\frac{x}{2}\right)^{4} + \dots = 0$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^{2} \left(-1 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^{2}\right) \approx 0$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{\pi D \alpha}{2\lambda}\right)^{2} \approx 1$$

$$\alpha \approx 1.1 \frac{\lambda}{D}$$

Idealny obraz optyczny w teleskopie można opisać funkcją splotu pomiędzy funkcją opisującą rozkład natężenia światła obserwowanego obiektu a funkcją Airego.

$$I(\vec{\alpha}) = O(\vec{\alpha}) * P(\vec{\alpha})$$

gdzie

- obraz obiektu
- O obiekt
- P funkcja Airego

Jest to tzw. obraz dyfrakcyjny (ang. diffraction limited image), czyli najlepszy możliwy do uzyskania.



Centrum Galaktyki, AO, CFHT.

W praktyce teleskopy optyczne dają obrazy gorsze niż dyfrakcyjne, do ich opisu stosuje się **PSF** (ang. point spread function).



PSF jest funkcją określającą rozkład natężenia promieniowania punktowego źródła światła w płaszczyźnie ogniskowej teleskopu. W ideale PSF jest funkcją Airego, w rzeczywistości inną funkcją.

Transformacja Fouriera splotu dwóch funkcji jest iloczynem transformacji Fouriera każdej z tych funkcji z osobna (convolution theorem).

$$F(f_1 * f_2) = F(f_1) \cdot F(f_2)$$

A więc możemy napisać że:

$$F_{I}(\mathbf{v}) = F_{O}(\mathbf{v}) \cdot F_{PSF}(\mathbf{v})$$

 $F_{PSF}(v)$ – transformacja Fouriera funkcji PSF = Optical Transfef Function (OTF)

Modulation Transfer Function (MTF) jest modułem OTF.

Jest to funkcja opisująca powstawanie obrazu w układzie optycznym w przestrzeni składowych fourierowskich obrazu zamiast w przestrzennym w rozkładzie natężenia światła.

Modulation Transfer Function (Funkcja Transferu Modulacji)

MTF jest funkcją opisującą zbiorczo rozdzielczość i kontrast obrazu.

MTF określa kontrast obrazu w zależność od zagęszczenia naprzemiennych par czarno-białych linii w obrazie na milimetr (lp/mm).

Kontrast opisuje jak wyraźne są różnice pomiędzy jasnymi i ciemnymi paskami w obrazie, zwiera się w przedziale od 0 do 100%.

kontrast [%] =
$$\left(\frac{(I_{max} - I_{min})}{(I_{max} + I_{min})}\right) \cdot 100$$



U góry obraz w układzie optycznym o wysokiej rozdzielczości. Na dole obraz w układzie optycznym o niższej rozdzielczości.



Obraz o tej samej rozdzielczości, ale o niższym kontraście.

Modulation Transfer Function (Funkcja Transferu Modulacji)

Ogólniejszą definicją MTF jest stosunek kontrastu na obrazie w porównaniu do kontrastu na obiekcie:

$$MTF = \frac{C_{img}}{C_{obj}}$$

W trakcie testów i symulacji wybierane są jednak zwykle obiekty o 100% kontraście – np. czarno białe paski.

Modulation Transfer Function (Funkcja Transferu Modulacji)

MTF to funkcja opisująca zależność kontrastu (modulacji) obrazu od rozdzielczości. Jest to najpowszechniej używana charakterystyka systemów optycznych od pojedynczych soczewek do skomplikowanych wielo-elementowych układów.





Laboratoryjny test rozdzielczości układu optycznego opracowany na potrzeby sił powietrznych USA.

Własności MTF

Funkcja MTF jest zawsze mniejsza lub równa 1

 $F_{PSF}(\mathbf{v}) \leq 1$

Funkcja MTF jest zawsze równa 0 powyżej częstotliwości odcięcia (ang. cutoff frequency)

$$F_{PSF}(\mathbf{v}) = 0$$
 dla $\mathbf{v} \ge \mathbf{v}_c$

Funkcja MTF jest zwykle malejąca, co oznacza, że drobne detale obrazu (a więc składowe transformaty Fouriera o wysokiej częstotliwości) są mniej wiernie reprezentowane niż detale duże.

Własności MTF

Idealna funkcja MTF jest niemal w całym zakresie liniowa i dąży do wartości 0 w punkcie v_{lim}:

$$v_{\rm lim} = \frac{D}{1.22 \,\lambda R} = \frac{NA}{0.61 \,\lambda} \qquad \begin{array}{c} {\rm D-apertura} \\ {\rm R-odległość obrazu} \\ \lambda - długość fali \end{array}$$

Jednak dla wysokich częstotliwości idealna funkcja MTF odchyla się od liniowości i dochodzi do wartości 0 w punkcie v_0 :





Przykład funkcji MTF dla klasycznego teleskopu Newtona.



Przykład funkcji MTF dla klasycznego teleskopu Newtona z korektorem komy.

MTF mówi nam o rozdzielczości od strony obrazu w teleskopie!

Dlatego wartości podaje się w **lp/mm**, bo są mierzone na detektorze CCD.

Klasycznie w astronomii mówi się o rozdzielczości od strony obiektu na niebie! Dlatego wartości podaje się w **sekundach łuku** (''), bo są mierzone na niebie.

Zdolność rozdzielcza zależy od:

- limitu dyfrakcyjnego dla danego układu optycznego
- seeingu atmosferycznego
- wad optycznych
- rozmiaru piksela kamery
- drgań układu optycznego (np. podczas śledzenia za obiektem)
- dokładności zogniskowania teleskopu
- dokładności kolimacji elementów optycznych
- dokładności wykonania elementów optycznych

Skala obrazu

Skala obrazu (ang. pixel scale) to rozmiar kątowy obiektu przypadający na jeden piksel kamery.



F – ogniskowa układu

Skala obrazu

Skala obrazu jest bardzo ważnym parametrem przy łączeniu układu optycznego z kamerami.

Standardowo przyjmuje się, że rozmiar PSF układu optycznego powinien przypadać na ok. 2 piksele kamery.

Gdy PSF przypada na znacznie mniej niż 2 piksele mamy do czynienia z niedopróbkowaniem (ang. undersampling). Wadą takiej sytuacji jest to, że pozycje gwiazd są gorzej określone gdy nie widać profilu PSF na zdjęciu. Mogą też być łatwiej zniekształcone przez strukturę pikseli kamery.

Gdy PSF przypada na znacznie mniej niż 2 piksele mamy do czynienia z nadpróbkowaniem (ang. oversampling). Wadą takiej sytuacji jest rozprowadzenie fotonów na większej liczbie pikseli i zmniejszenie SNR.



(www.stargazers.space)

Powiększenie

Powiększenie to stosunek rozmiarów kątowych widocznych gołym okiem do rozmiarów kątowych widocznych w teleskopie.



Powiększenie w optyce może być również definiowane jako stosunek rozmiaru obiektu do obrazu. Dla soczewki o ogniskowej f i odległości obiektu d wynosi:

$$M = \frac{f}{f - d}$$

Niezmiennik optyczny Helmholtza - Lagrange'a



Iloczyn rozmiaru obrazu, kąta zbieżności promieni brzegowych oraz współczynnika załamania ośrodka jest niezmiennikiem w każdym układzie optycznym:

 $H = ny\alpha$

Niezmiennik optyczny = niezmiennik Helmholtza – Lagrange'a = niezmiennik Smitha – Helmholtza.

W idealnym układzie optycznym niezmiennik pozostaje stały, w realnych układach zawsze rośnie (nie może zmaleć).



Iloczyn powierzchni obrazu, kąta bryłowego zbieżności promieni oraz kwadratu współczynnika załamania światła w ośrodku jest niezmiennikiem w każdym układzie optycznym:

 $n^{2}S\Omega = n'^{2}S'\Omega'$ $\Omega = \pi \sin^{2} u$ $n^{2}S\pi \sin^{2} u = n'^{2}S'\pi \sin^{2} u'$

Jest to uogólnienie niezmiennika optycznego zwane etendue (fr. niezmiennik).

W idealnym układzie optycznym etendue pozostaje stałe, w realnych układach wady optyczne prowadzą zawsze do jego wzrostu (nie może zmaleć).

W astronomii stosuje się następujący wzór:

 $Etendue = A^2 FoV^2$

```
gdzie A – apertura, FoV – pole widzenia
```

Często spotykaną jednostką etendue są cm² razy stopnie², ale poprawniej jest używać same cm² i pole widzenia wyrażać w radianach.

Ponieważ jak pamiętamy pole widzenia zależy od ogniskowej F i rozmiaru detektora L (który równa się rozmiarowi rejestrowanego obrazu):

$$Etendue = A^2 \left(\frac{L}{F}\right)^2 = \frac{L^2}{N^2}$$

A więc etendue zależy od rozmiaru obrazu L i światłosiły teleskopu N.

Największe etendue mają szerokokątne teleskopy przeglądowe o dużej aperturze, a więc takie które mogą "upchać" najwięcej fotonów w pikselu kamery.

Co wynika z etendue?

Zbieżność wiązki zawsze ulega zmianie wraz z rozmiarem obrazu.

Rozmiar obrazu zależy od rozmiaru obiektu, odległości od obiektu, oraz ogniskowej układu optycznego. Manipulując ogniskową (np. przez dołożenie reduktora ogniskowej) możemy zmieniać rozmiar obrazu na detektorze. W ten sposób działają obiektywy typu zoom.

Im bardziej jednak zmniejszymy obraz tym promienie światła ułożą się w "grubszy" stożek. W efekcie obraz przesunie się w stronę obiektywu.

W jaki sposób obiektywy typu zoom osiągają powiększenie nie przesuwając pozycji obrazu?

Przesuwają siebie (a dokładniej mówiąc płaszczyzny główne) lub zmieniają aperturę.

Dlatego obiektyw zoom zwykle ma gorszą przesłonę na pełnym powiększeniu i tylko nieliczne obiektywy tego typu mają stałą światłosiłę.



Fig. 22.7. Schematic illustration of coupling with a lens by imaging the light-emitting region of an LED onto the core of an optical fiber. The LED has a circular emission region with diameter O (Object). The emission region is imaged onto the fiber core with diameter I (Image) using a convex lens with focal length f.

E. F. Schubert Light-Emitting Diodes (Cambridge Univ. Press) www.LightEmittingDiodes.org

Zakładając mniej więcej stałe pole widzenia typowych teleskopów astronomicznych, ich etendue rośnie wraz ze wzrostem apertur. Oznacza to albo wzrost zbieżności wiązki światła (coraz szybsza optyka) albo wzrost liniowych rozmiarów obrazów gwiazd.

Jedną z konsekwencji tego faktu jest konieczność stosowania kamer o coraz większych rozmiarach pikseli, a także budowy coraz większych gabarytowo spektrografów, z coraz większymi i droższymi elementami optycznymi.

Spektrografy wymagają skupienia światła w niewielkiej szczelinie, a przy dużym etendue można to osiągnąć jedynie kosztem bardzo silnie zbieżnej wiązki światła wychodzącej z teleskopu (np. dzięki zastosowaniu reduktora ogniskowej).

Rozdzielczość spektrografu zależy od rozmiaru szczeliny i ogniskowej kolimatora, a przy zachowaniu etendue nie da się jednocześnie zmniejszyć szczeliny i zwiększyć ogniskowej kolimatora.

Częściowe odbicie i powłoki antyodblaskowe:

równania Fresnela

- to w następnym wykładzie przy wadach optycznych lub przy pryzmatach

Metody określenia jakości optyki:

- PSF (spot diagram)
- Strehl ratio
- encycled energy
- MTF, OTF
- Hopkins ratio



Winietowanie obiektywu f=50mm f/1.4



Redukcja winietowania obiektywu f=50mm f/1.4 pracującego z przesłoną f/2.9