

Astrofizyka IV

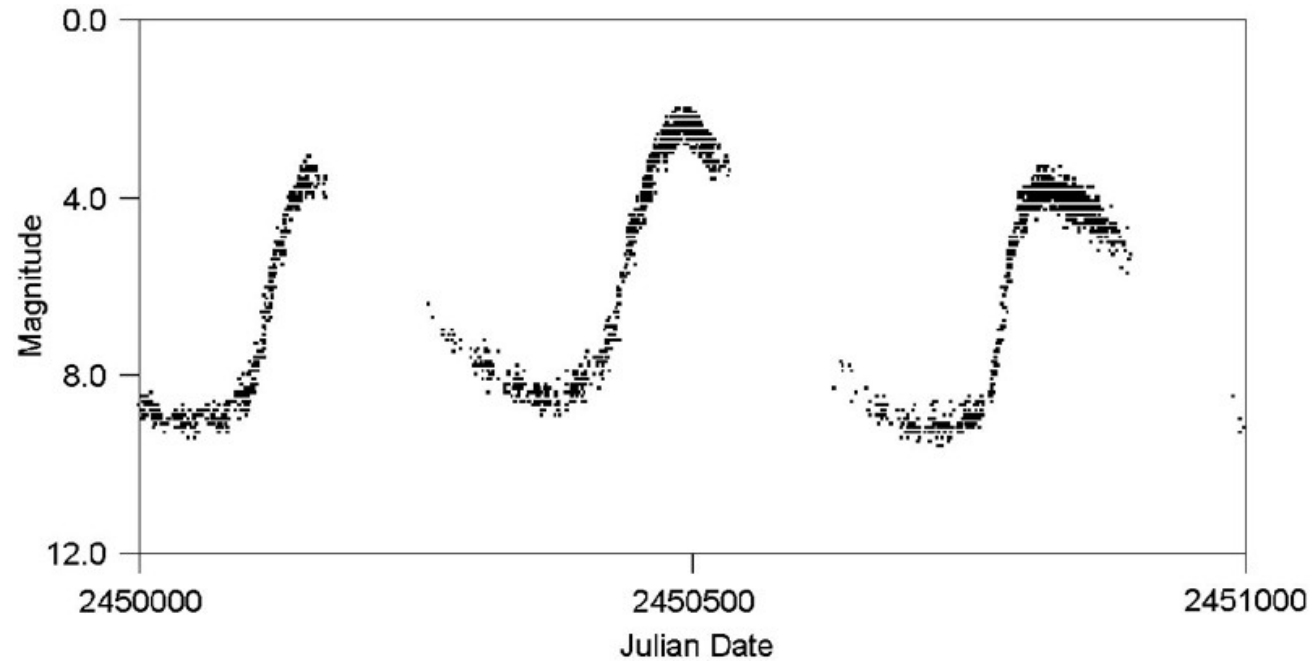
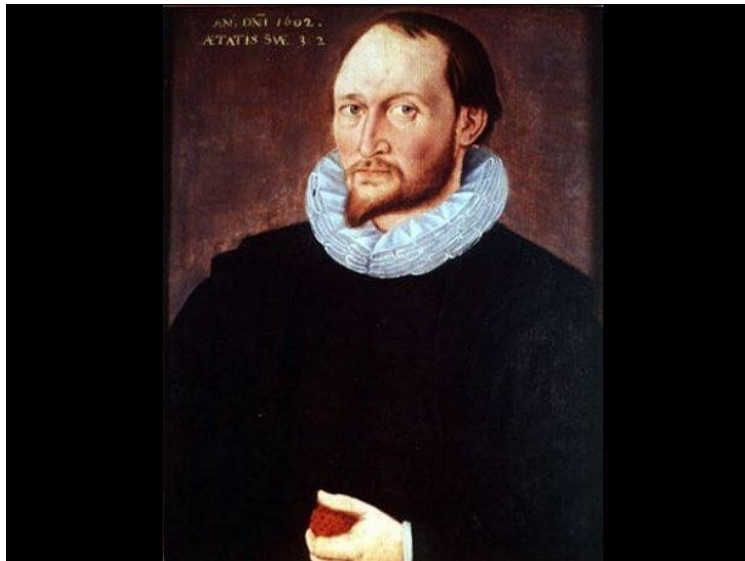
Wnętrza, ewolucja i pulsacje gwiazd.

Krzysztof Kamiński

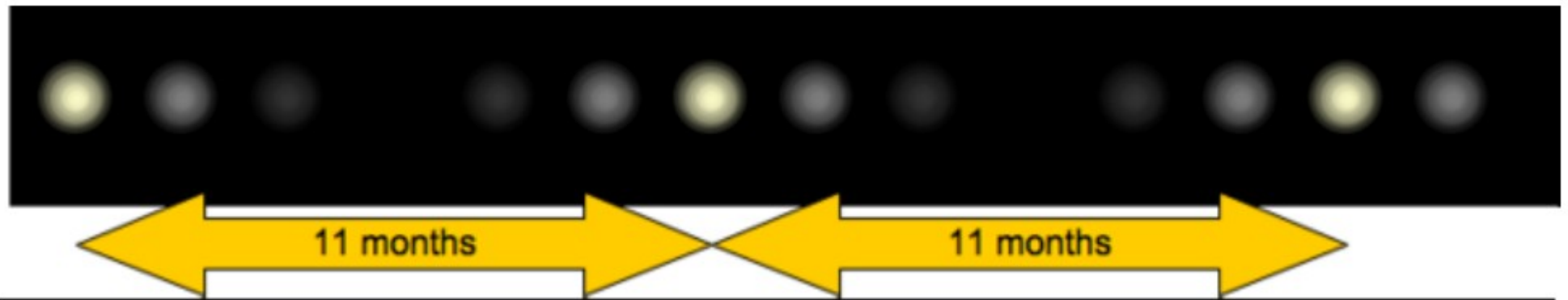
Temat wykładu

Pulsacje gwiazd

Historia badań gwiazd pulsujących



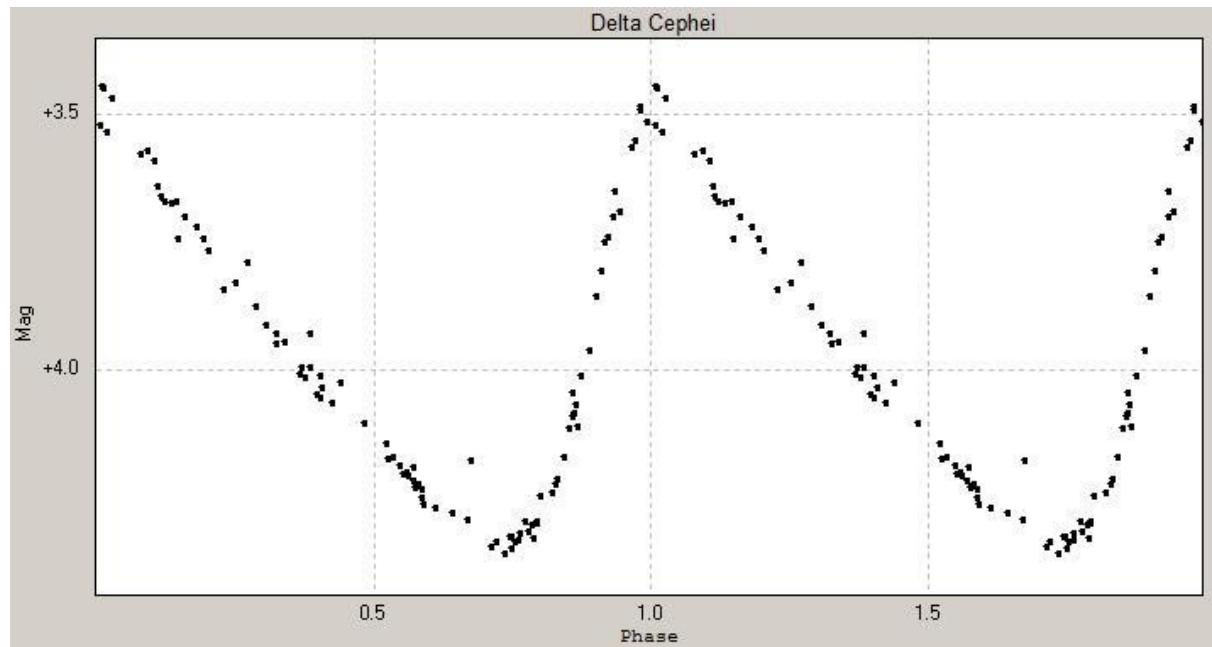
1596 – odkrycie przez pastora, astronoma Dawida Fabriciusa gwiazdy Mira Ceti, której pół-regularne pojawianie się i zanikanie odróżniało od gwiazd nowych.



Historia badań gwiazd pulsujących



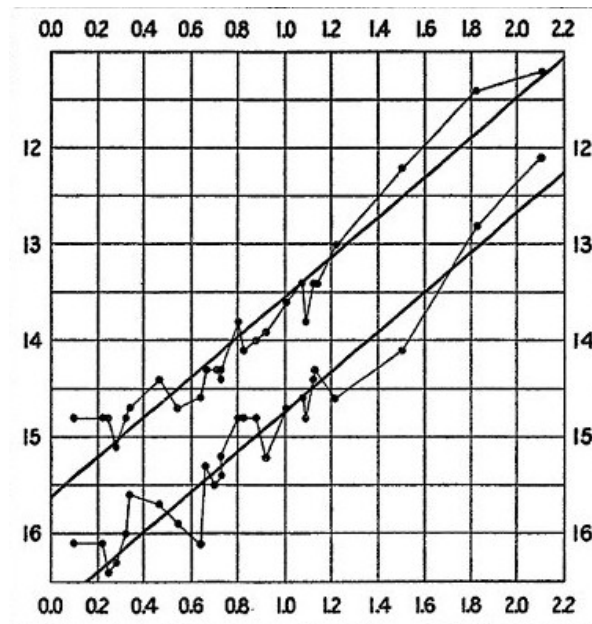
1784 – odkrycie zmienności delta Cep przez Jana Goodricka o okresie ok. 5 dni



Historia badań gwiazd pulsujących



1908 - odkrycie zależności okres-jasność dla cefeid w Obłokach Magellana przez Henriettę Leavitt



Historia badań gwiazd pulsujących



1914 – Harlow Shapley zasugerował, że zmiany jasności i temperatury gwiazd mogą być spowodowane pulsacjami radialnymi
'On the Nature and Cause of Cepheid Variation', *The Astrophysical Journal*, (1914)
(Wcześniejsza była sugestia Artura Rittera z 1879).

Historia badań gwiazd pulsujących



1916 - Artur Eddington zasugerował potraktowanie wnętrza gwiazdy jak silnika cieplnego.

Na marginesie Eddington:

- przewidział syntezę termojądrową $H \rightarrow He$ przed jej odkryciem,
- przewidział skład chemiczny gwiazd przed jego określeniem,
- obliczył średnice gwiazd, które były potem potwierdzone przez Michelsona,
- wyprowadził zależność masa-jasność,
- odrzucał koncepcję istnienia czarnych dziur Chandrasekhara.

Prosty model Eddingtona

Jeśli pulsacje gwiazd są skutkiem fal dźwiękowych rozchodzących się w ich wnętrzach, to okres pulsacji możemy oszacować wyliczając czas podróży fali dźwiękowej przez całą średnicę gwiazdy.

$$\Pi = 2 \frac{R}{v_s}$$

Prędkość dźwięku:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

zależy od ciśnienia, gęstości i wykładnika adiabaty danego gazu.

Prosty model Eddingtona

Równanie równowagi hydrostatycznej:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G m \rho}{r^2}$$

Zakładając stałą gęstość gwiazdy można pokazać, że:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G M \rho}{r^2} = -G \left(\frac{4 \pi r^3}{3} \rho \right) \frac{\rho}{r^2} = \frac{-4 G \pi r \rho^2}{3}$$

Całkując równanie przy założeniu, że $P=0$ przy powierzchni otrzymujemy:

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2)$$

Prosty model Eddingtona

Podstawiając ciśnienie do wzoru na okres pulsacji otrzymujemy:

$$\Pi = 2 \frac{R}{v_s} = 2 \frac{R}{\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}} = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{\gamma P(r)}{\rho}}} = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{2/3 \gamma \pi G \rho (R^2 - r^2)}}$$

$$\Pi \approx \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma G \rho}}$$

$$\Pi \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

Ta przybliżona zależność sprawdza się całkiem dobrze dla Cefeid i pokazuje, że znając parametry pulsacji takie jak częstotliwość można wyznaczyć parametry fizyczne gwiazd.

At first sight it would seem that the deep interior of the Sun and stars is less accessible to scientific investigation than any other region of the universe. Our telescopes may probe farther and farther into the depths of space; but how can we ever obtain certain knowledge of that which is hidden behind substantial barriers? What appliance can pierce through the outer layers of a star and test the conditions within?

Sir Arthur Stanley Eddington
The Internal Constitution of Stars (1926)

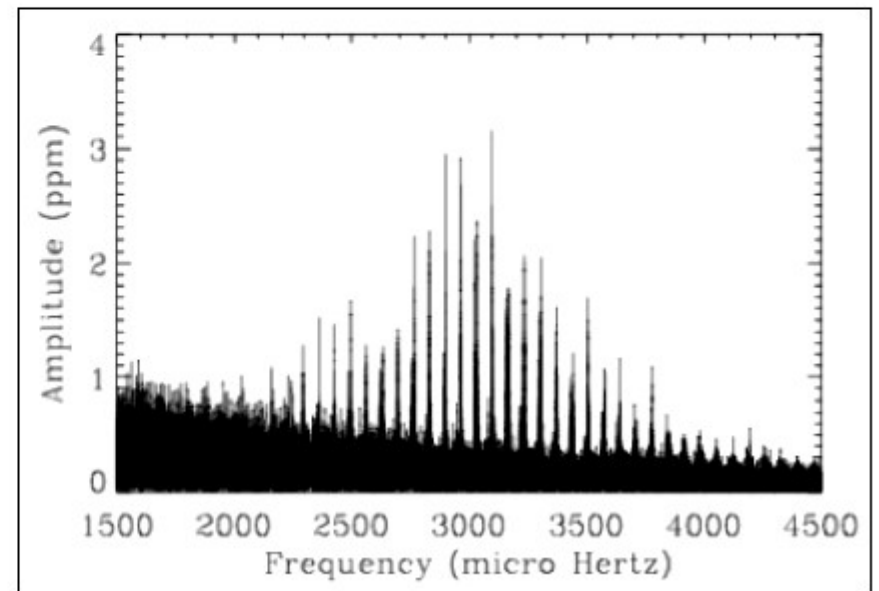
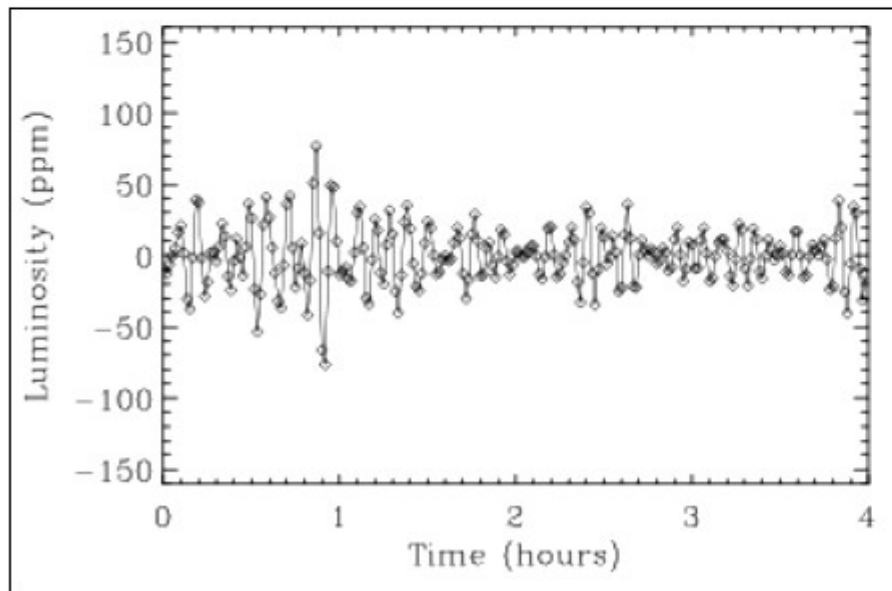
Obserwacje pulsacji gwiazd

$$f(\omega) = \sum_{j=1}^N f(t_j) e^{i\omega t_j}$$

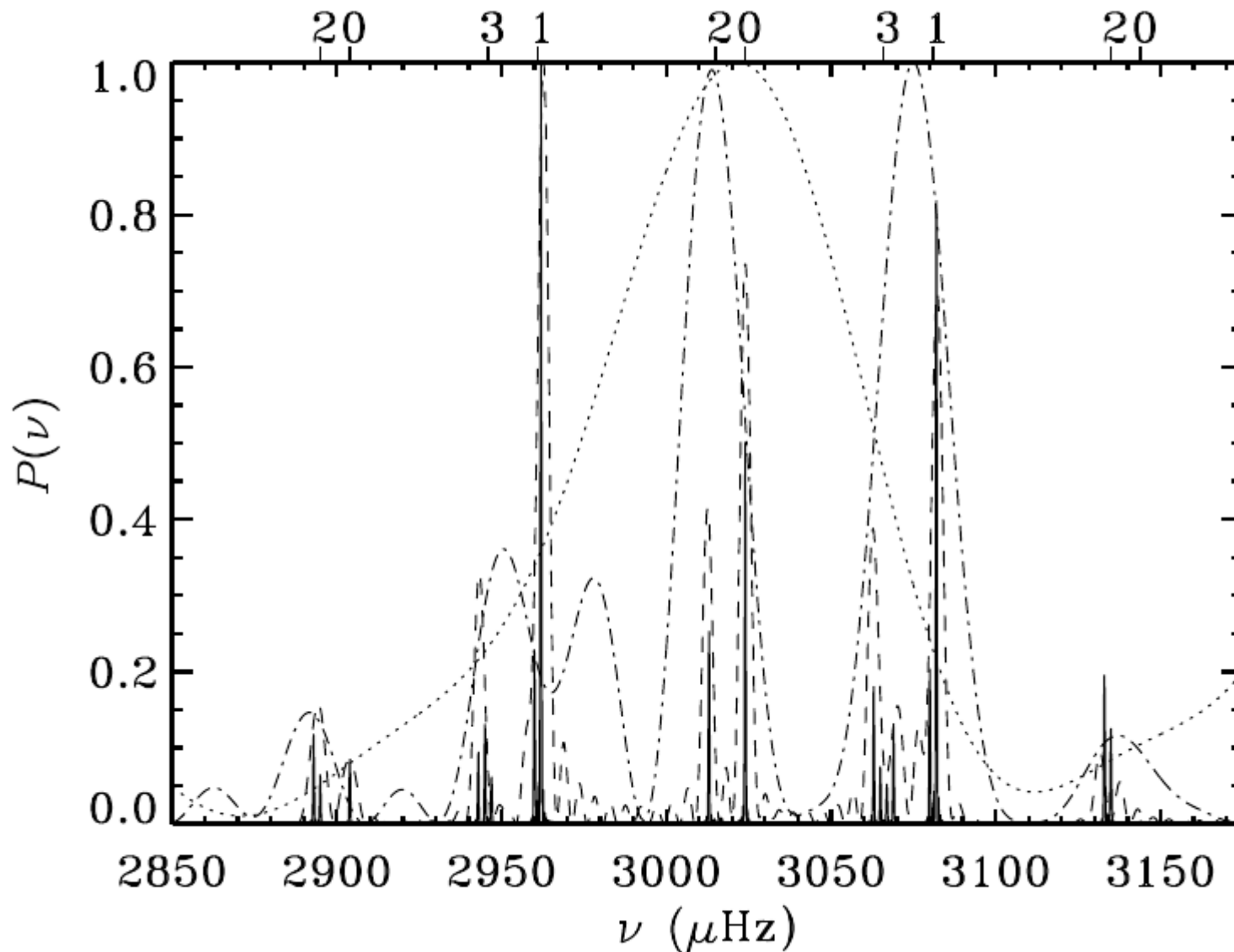
time domain



frequency domain

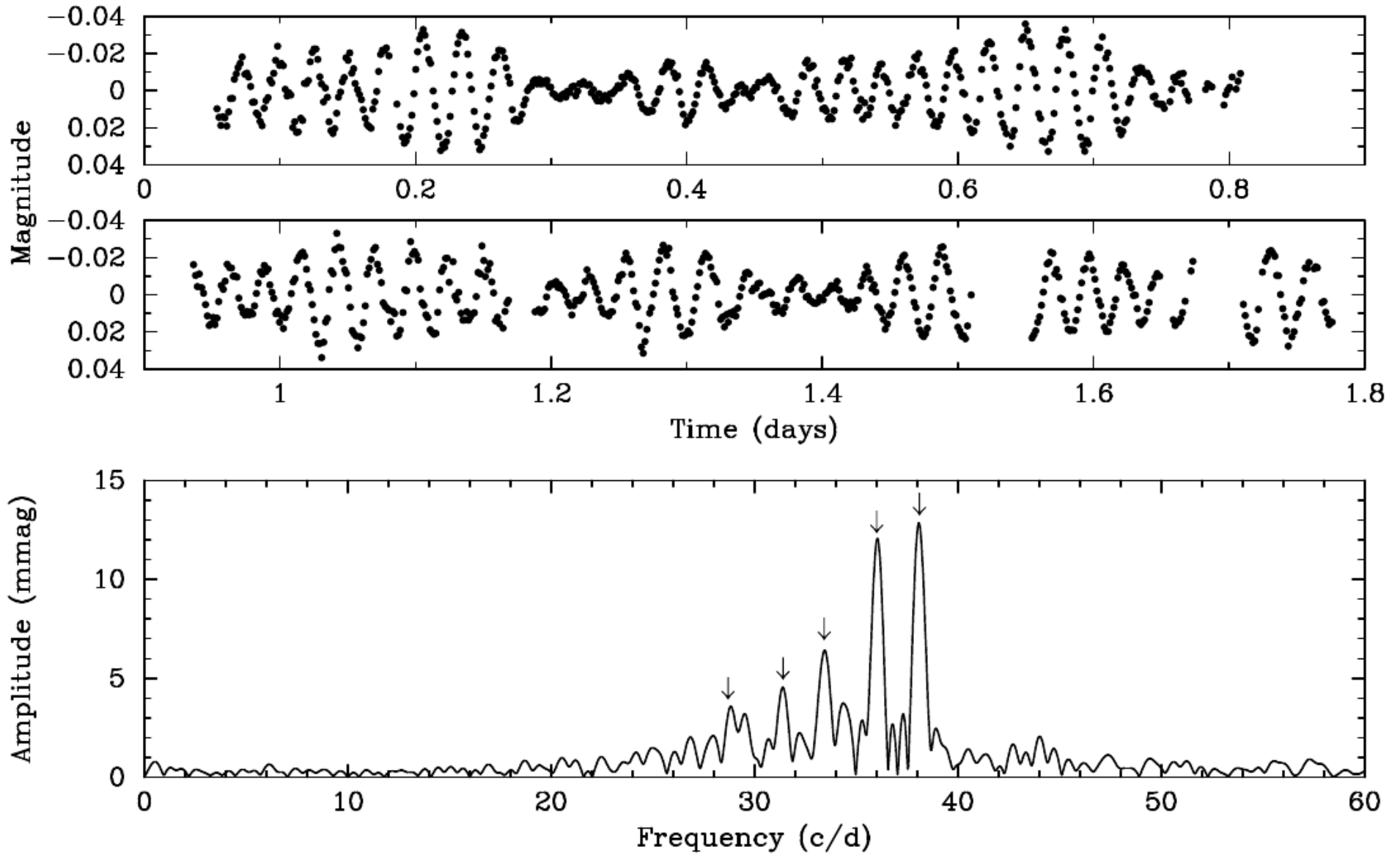


Obserwacje pulsacji gwiazd



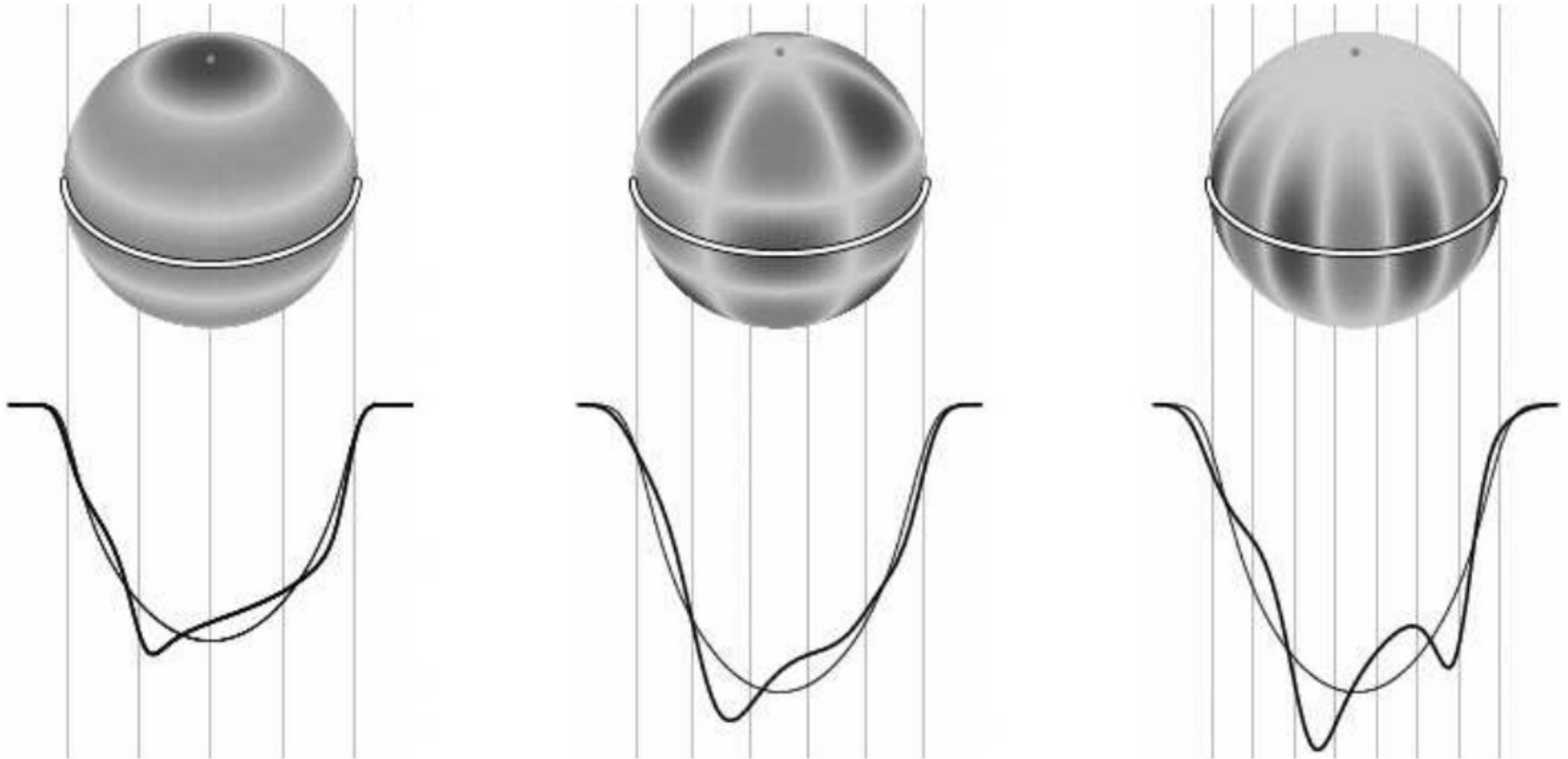
Widmo Fouriera dla symulowanych obserwacji trwających:
3h (kropki), 10h (kropki-kreski), 60h (kreski), 600h (linia ciągła).
Na górze zaznaczone są centralne częstotliwości
(niektóre rozszczepione rotacyjnie) i ich rzędy.

Obserwacje pulsacji gwiazd



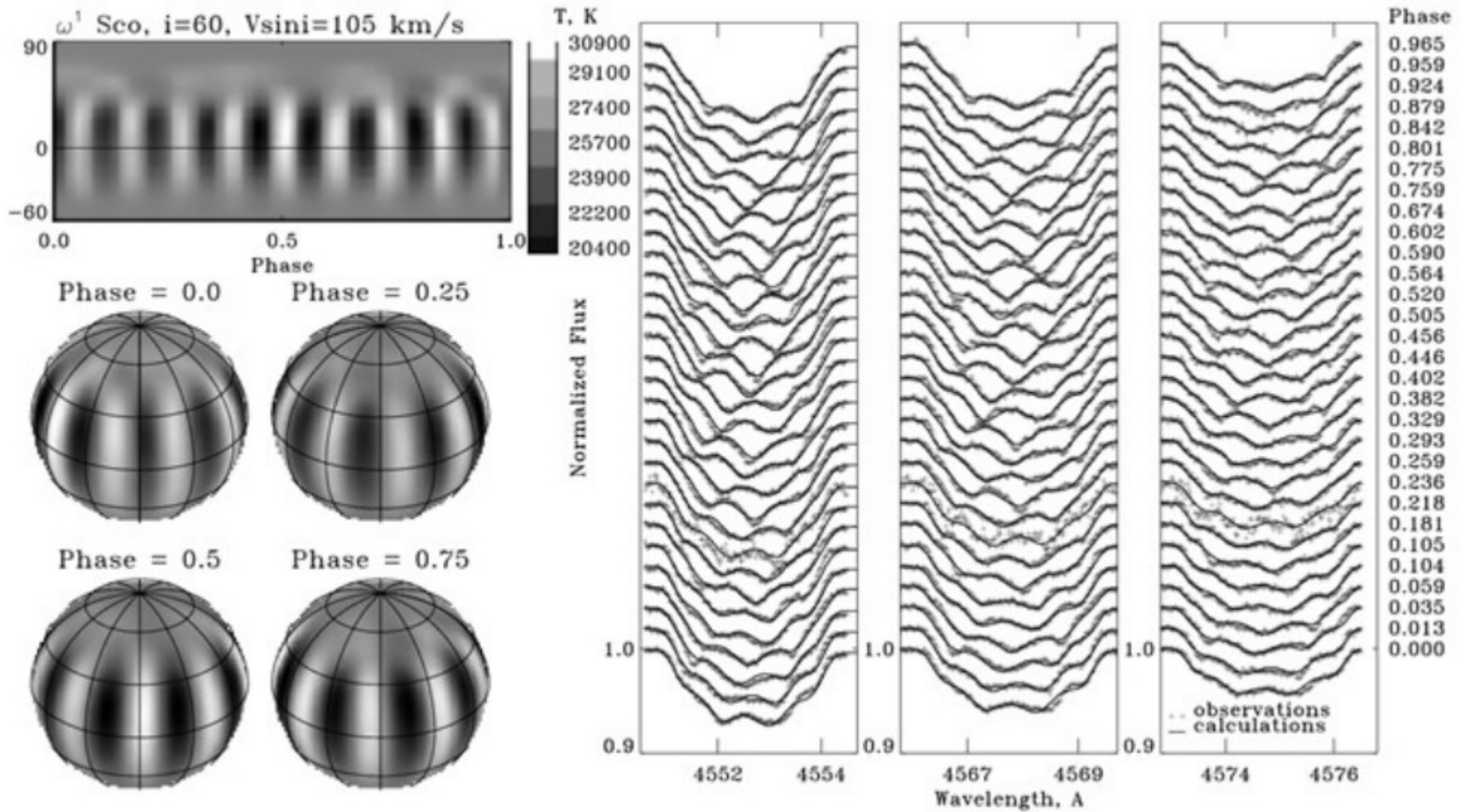
Obserwacje fotometryczne gwiazdy pulsującej

Obserwacje pulsacji gwiazd



Obserwacje spektroskopowe gwiazdy pulsującej

Obserwacje pulsacji gwiazd



Obserwacje spektroskopowe ω Sco (Berdyugina i in. 2003)

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Każdy okres (częstotliwość) pulsacji wiąże się z jednym **modem pulsacji**. Jednym z podstawowych zadań obserwacyjnych jest tzw. identyfikacja modów pulsacji, czyli określenie jak największej liczby parametrów charakteryzujących pulsację o danej częstotliwości. Typowo identyfikacja modów polega na określeniu liczby węzłów.

Na pełną charakterystykę pulsacji danej gwiazdy składają się:

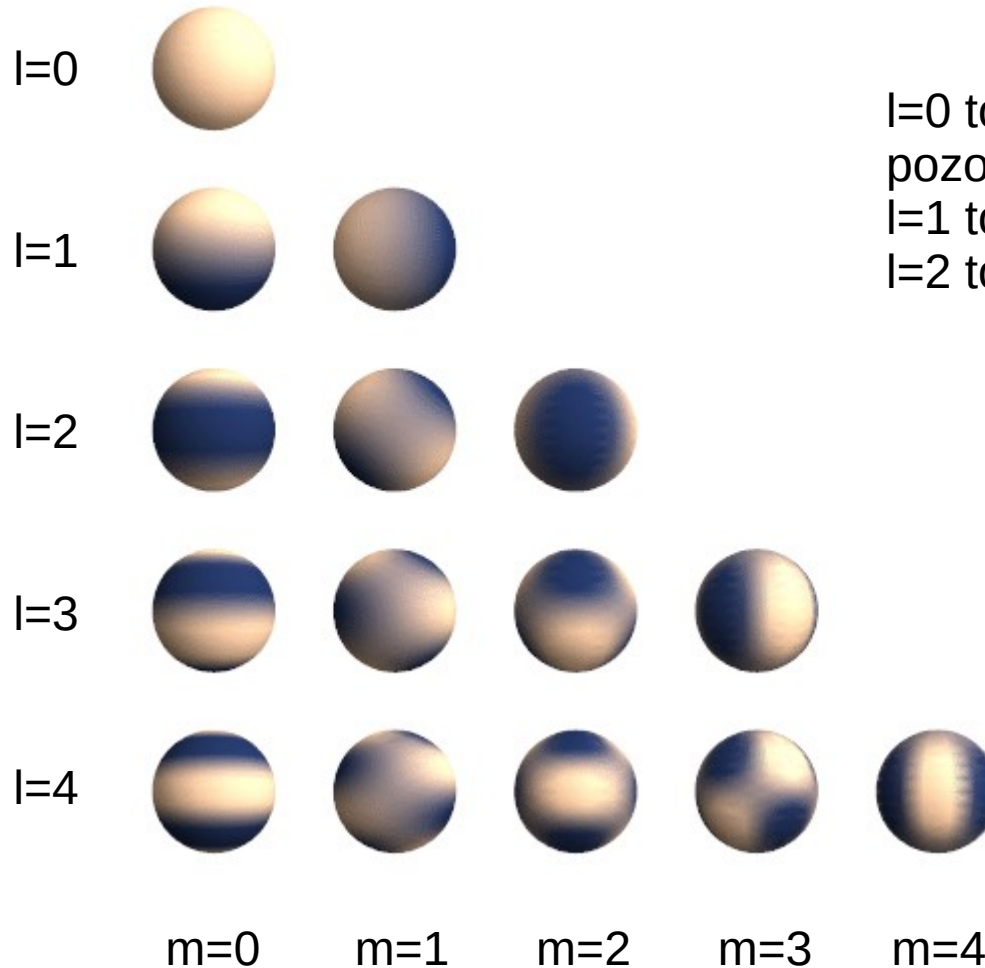
- okres (okresy) wszystkich modów pulsacji (i ich harmonik)
- amplitudę zmian promienia (jej rozkład na powierzchni gwiazdy) każdej pulsacji
- amplitudę w fotometrii i w spektroskopii
- stopień i rząd harmonik sferycznych (l, m) dla każdej pulsacji
- rząd radialny n (oznaczany też jako r) dla każdej pulsacji – tylko z modelu
- przesunięcia fazowe pomiędzy pulsacjami
- określenie siły przywracającej równowagę (grawitacja lub ciśnienie) – tylko z modelu

Charakterystyka pulsacji gwiazd

l – liczba wszystkich linii węzłów: równikowych (nodal lines) i południkowych

m – liczba linii węzłów południkowych (zonal lines)

Obszary kremowe:
strzałka;
Obszary szare:
linie węzłów;
Obszary niebieskie:
strzałka przesunięta
w fazie o 180 stopni



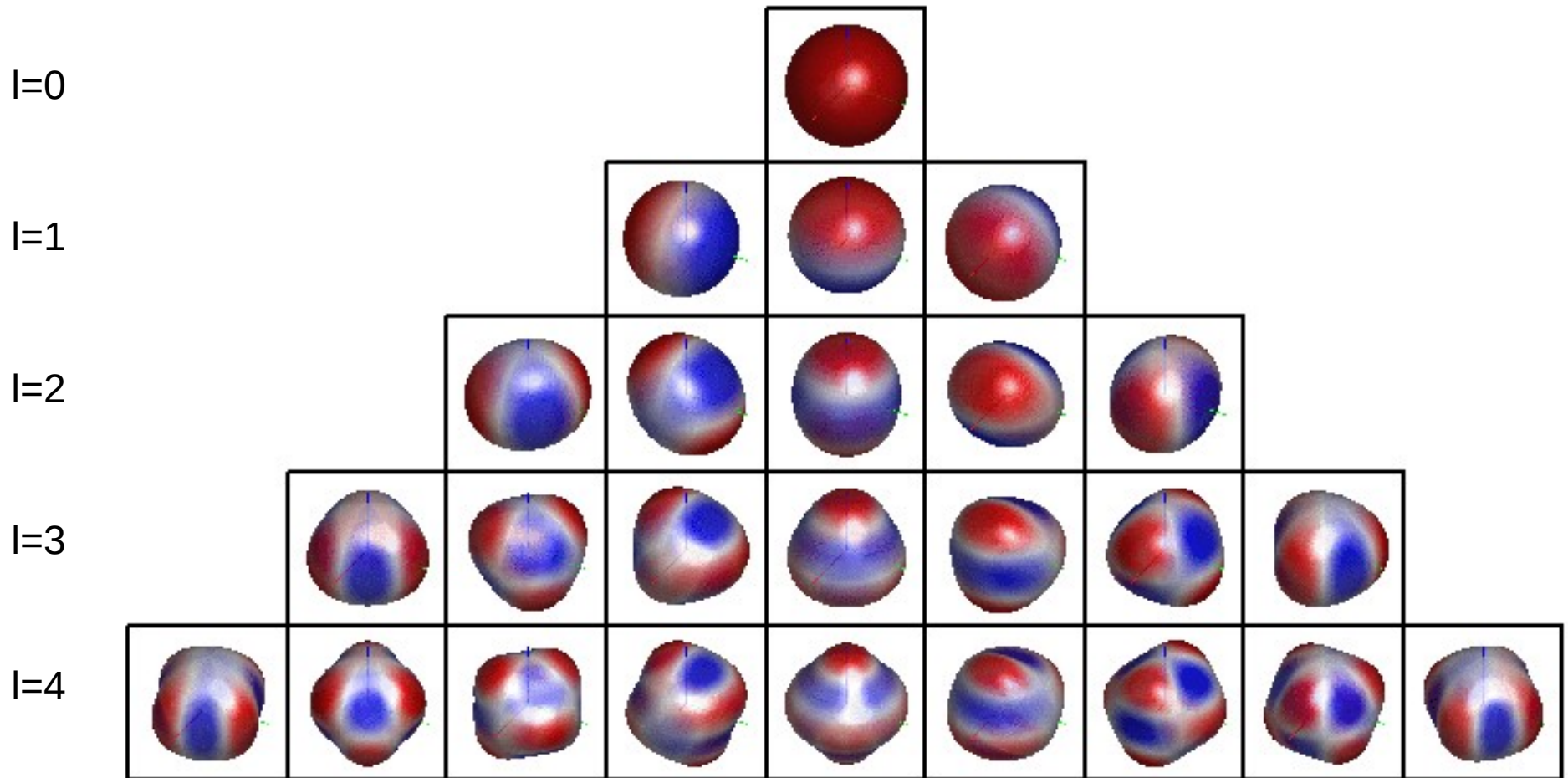
$l=0$ to pulsacje **radialne**,
pozostałe to **nieradialne**;
 $l=1$ to dipolowe;
 $l=2$ to kwadrupolowe.

Matematycznie
rozdziela się
 $m < 0$ od $m > 0$,
ale w przypadku
gwiazd to nie ma
znaczenia.

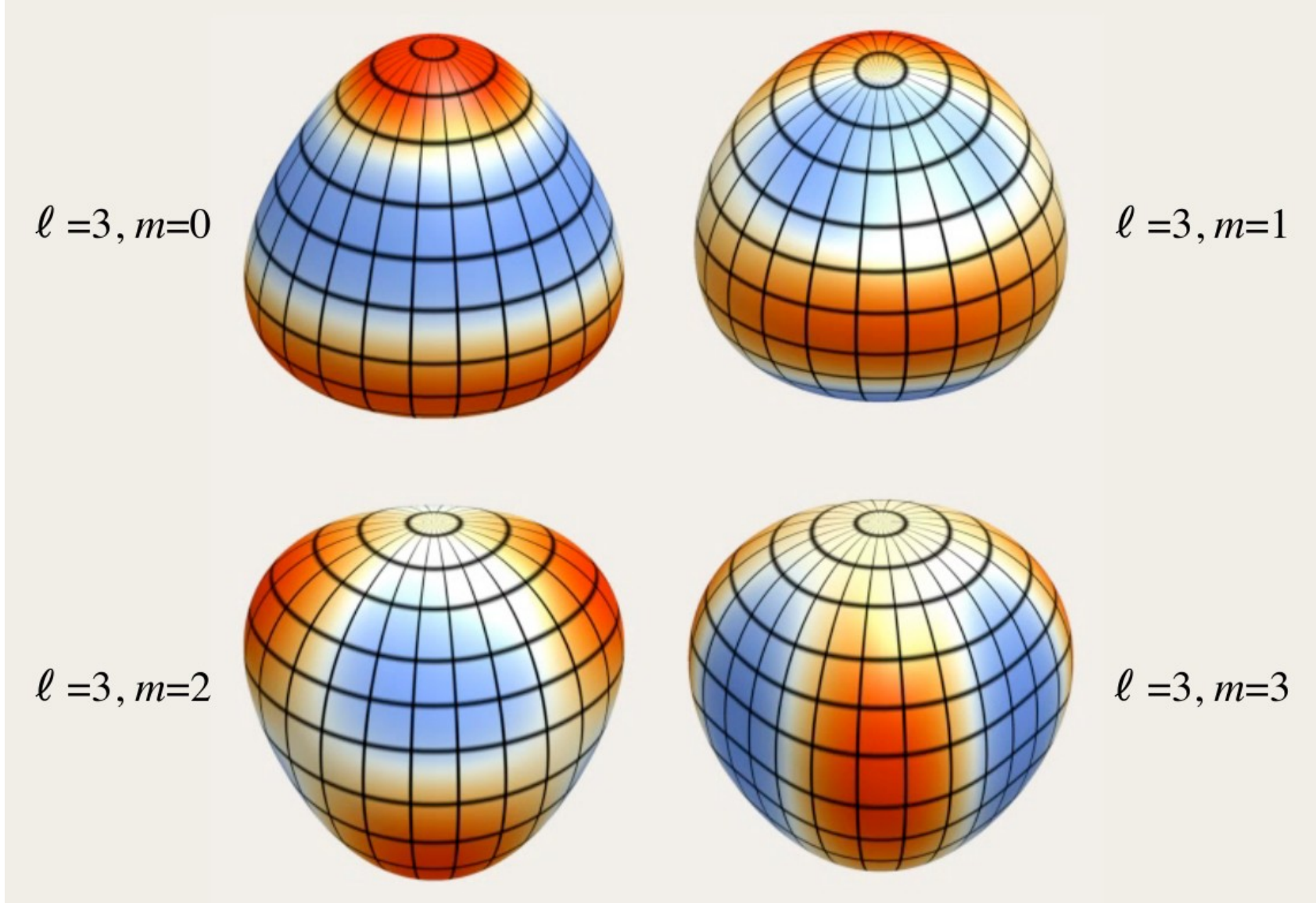
$ m = 0$	harmoniki sferyczne osiowo-symetryczne
$ m = l$	harmoniki sferyczne sektorowe
$ m < l$	harmoniki sferyczne tesselalne

Animacja z wyłączonymi obrotami

$m=-4$ $m=-3$ $m=-2$ $m=-1$ $m=0$ $m=1$ $m=2$ $m=3$ $m=4$

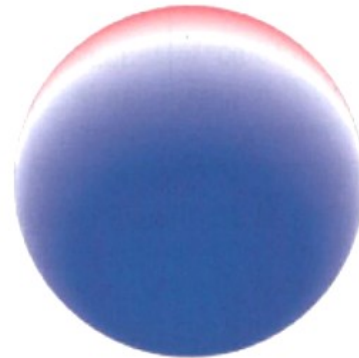
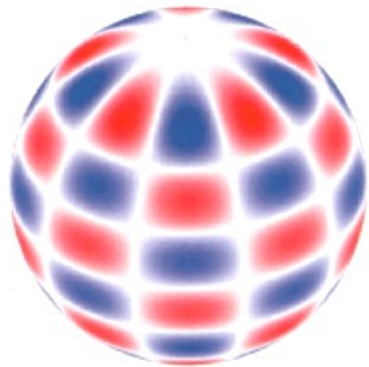
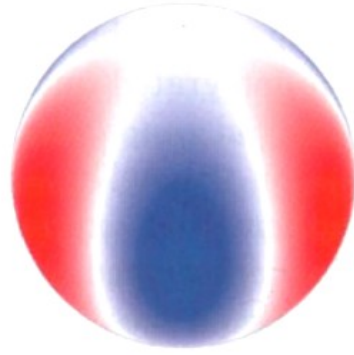
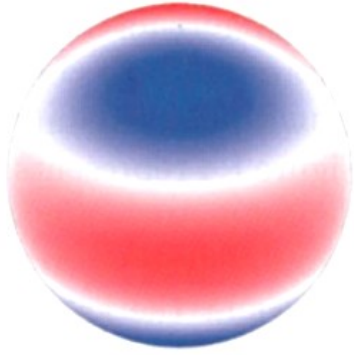


Charakterystyka pulsacji gwiazd

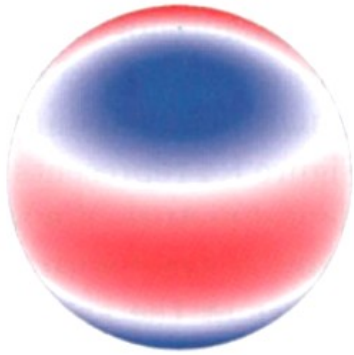


Harmoniki sferyczne określają względny rozkład amplitud prędkości ruchu powierzchni gwiazdy. Faktyczne amplitudy są określane obserwacyjnie i zależą od modelu wnętrza gwiazdy.

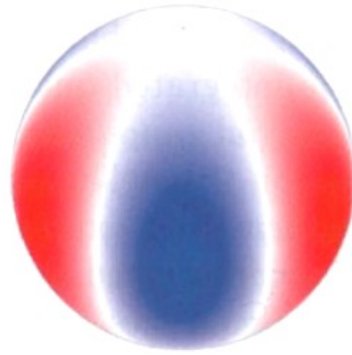
Charakterystyka pulsacji gwiazd



Charakterystyka pulsacji gwiazd



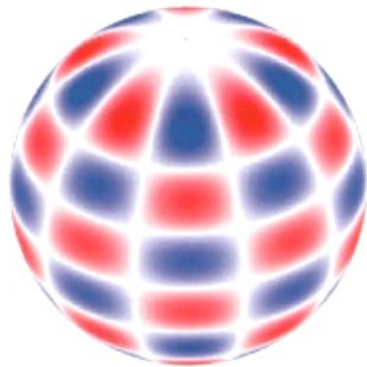
$l=3, |m|=1$



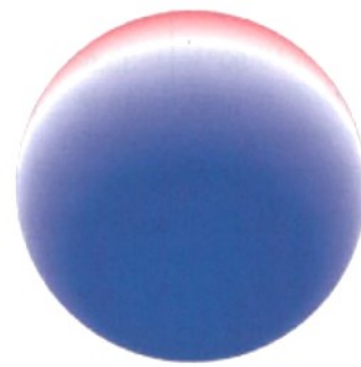
$l=3, |m|=3$



$l=2, |m|=0$



$l=10, |m|=5$



$l=1, |m|=1$

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Funkcję w układzie sferycznym (np. powierzchnię gwiazdy) można przedstawić jako:

$$f(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\theta, \phi)$$

gdzie Y to sferyczna harmonika stopnia l i rzędu m:

$$Y_l^m(\theta, \phi) = N_l^m P_l^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi}$$

gdzie P to stowarzyszony wielomian Legendre'a:

$$P_l^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$$

$$P_0^0(\cos \theta) = 1$$

$$P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$$

$$P_1^1(\cos \theta) = -\sin \theta$$

$$P_2^0(\cos \theta) = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$P_2^1(\cos \theta) = -3 \cos \theta \sin \theta$$

$$P_2^2(\cos \theta) = 3 \sin^2 \theta$$

$$N_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}$$

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Zmienną w czasie powierzchnię gwiazdy można więc opisać jako przesunięcie ξ :

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = a(r) Y_l^m(\theta, \phi) \exp(i 2 \pi \nu t)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} \exp(i 2 \pi \nu t)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{b(r)}{\sin(\theta)} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} \exp(i 2 \pi \nu t)$$

gdzie a i b to amplitudy pulsacji, ν to jej częstotliwość, θ jest mierzone od osi rotacji gwiazdy (a więc nie obejmuje to gwiazd ro Ap).

Obserwacje pulsacji gwiazd

Obserwacje fotometryczne pozwalają:

- wyznaczyć okresy
- częściowo zidentyfikować mody pulsacji (ale tylko l)

Najpopularniejsze są metody analizujące stosunki amplitud zmian jasności w różnych filtrach fotometrycznych.

Obserwacje spektroskopowe pozwalają:

- wyznaczyć okresy
- lepiej zidentyfikować mody pulsacji (l oraz m)

Najpopularniejsze metody spektroskopowe:

- metoda momentów (do l ~ 4)
- obrazowanie dopplerowskie (do l ~ 20)
- (IPS) / Pixel-by-Pixel Method (PPM)

Wszystkie wymagają wysokiej rozdzielczości linii widmowych i najlepiej szybko rotującej gwiazdy.

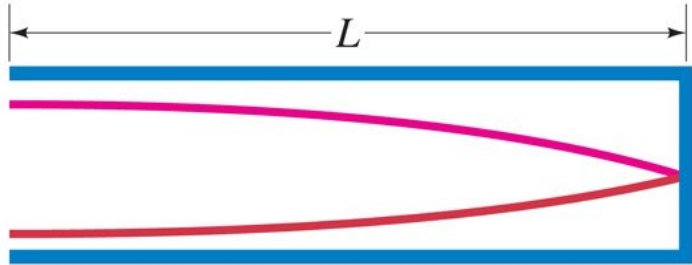
Zmiany profili linii widmowych wynikają z: efektu Dopplera, zmian temperatury atmosfery, zmian logg w atmosferze, rotacji i nachylenia gwiazdy, pociemnienia brzegowego itp.

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Węzły i strzałki

TUBE CLOSED AT ONE END

(a) Displacement of air

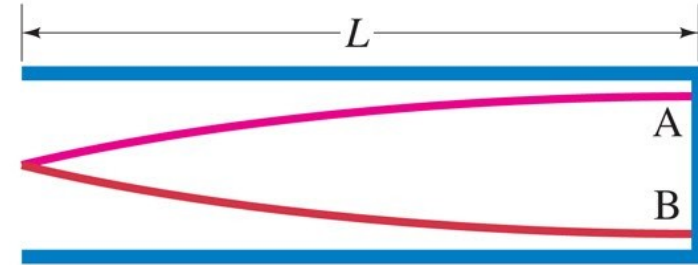


First harmonic = fundamental

$$L = \frac{1}{4} \lambda_1$$

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$

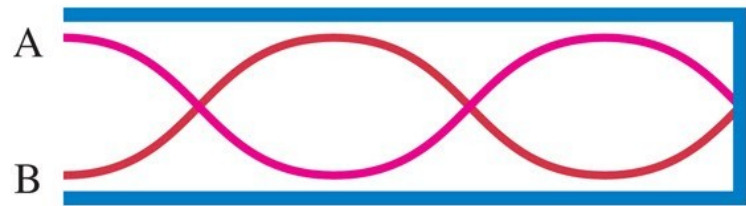
(b) Pressure variation in the air



Third harmonic

$$L = \frac{3}{4} \lambda_3$$

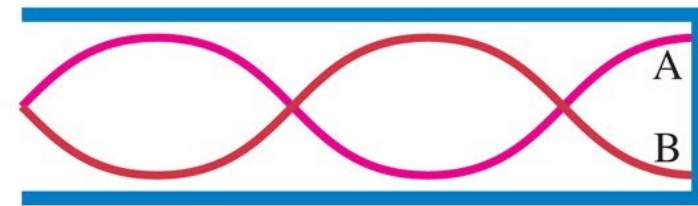
$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$



Fifth harmonic

$$L = \frac{5}{4} \lambda_5$$

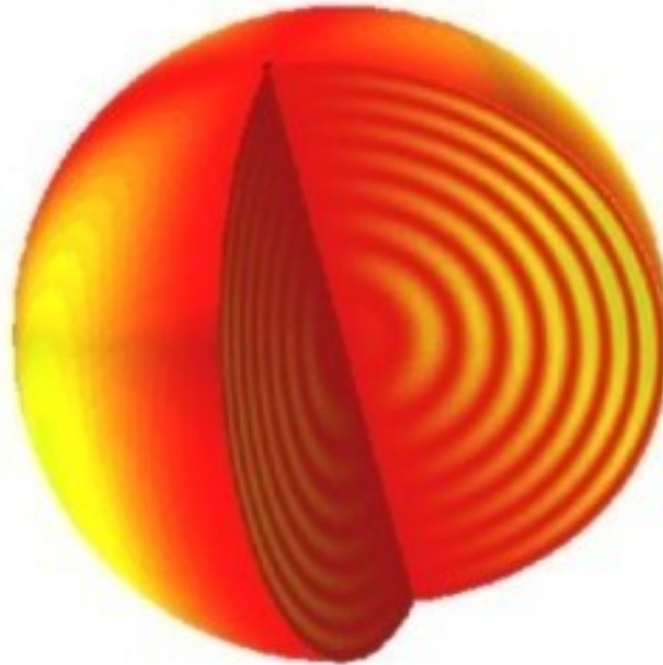
$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$



Overtone

Charakterystyka pulsacji gwiazd

n – liczba linii węzłów wzdłuż promienia gwiazdy



Radialna liczba węzłów n jest ściśle związana z częstotliwością pulsacji.

$n = 0$ → mod podstawowy (fundamentalny), okres najdłuższy (symbol: F)

$n > 0$ → owerfony, okresy coraz krótsze (symbole: 1H lub 1O, 2H lub 2O itd)

W przypadku modów radialnych w środku gwiazdy zawsze znajduje się węzeł, (zerowa amplituda prędkości i maksymalna amplituda ciśnienia), a na powierzchni gwiazdy strzałka (odwrotnie).

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Mody radialne ($l=0$)

Przykładem gwiazd wykonujących (głównie) pulsacje radialne w modzie podstawowym ($n=0$) są:
cefeidy, RR Lyr, delta Scu.

Przykładem gwiazd wykonujących pulsacje radialne w pierwszym owertonie ($n=1$) są:
W Vir.

Oprócz tego występują gwiazdy pulsujące radialnie jednocześnie w modzie podstawowym i owertonie:
dwu-modalne cefeidy, RRd Lyr

Stosunek częstotliwości modu podstawowego i pierwszego owertonu wynosi:
0.71 dla cefeid, 0.77 dla delta Scu
0.33 dla organów (bo tu ośrodek jest jednorodny).

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Mody nieradialne ($l > 0$)

W najprostszym modzie dipolowym $l=1$ $m=0$ gwiazda nie zmienia kształtu, jedynie przesuwa się w górę i w dół.

Kiedyś uważano, że gwiazdy nie mogą pulsować dipolowo, ale Smeyers (1966) i Christensen-Dalsgaard (1976) pokazali, że dla $n > 0$ jest to możliwe.

Mody dipolowe są dominujące dla gwiazd roAp .

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Mody nieradialne ($l > 0$ $m > 0$)

W modach $m > 0$ występują dwie zależności eksponencjalne dające razem:

$$\exp(i(2\pi\nu t + m\phi))$$

Niezerowy składnik $m\phi$ oznacza, że są to mody wędrujące na powierzchni gwiazdy, zgodnie ($m < 0$) lub przeciwnie ($m > 0$) do kierunku jej obrotu.

Dla gwiazdy pulsującej sferycznie symetrycznej wszystkie mody dla danego l od $m = -l$ do $m = l$ mają tę samą częstotliwość. Dla gwiazdy rotującej pojawia się jednak drobna różnica. Mody wędrujące zgodnie z obrotem gwiazdy ($m < 0$) mają częstotliwości niższe niż mod $m = 0$;

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} + mC_{nl}\Omega - m\Omega$$

gdzie C_{nl} jest niewielką stałą a Ω częstotliwością rotacji gwiazdy.

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Rozszczepienie rotacyjne

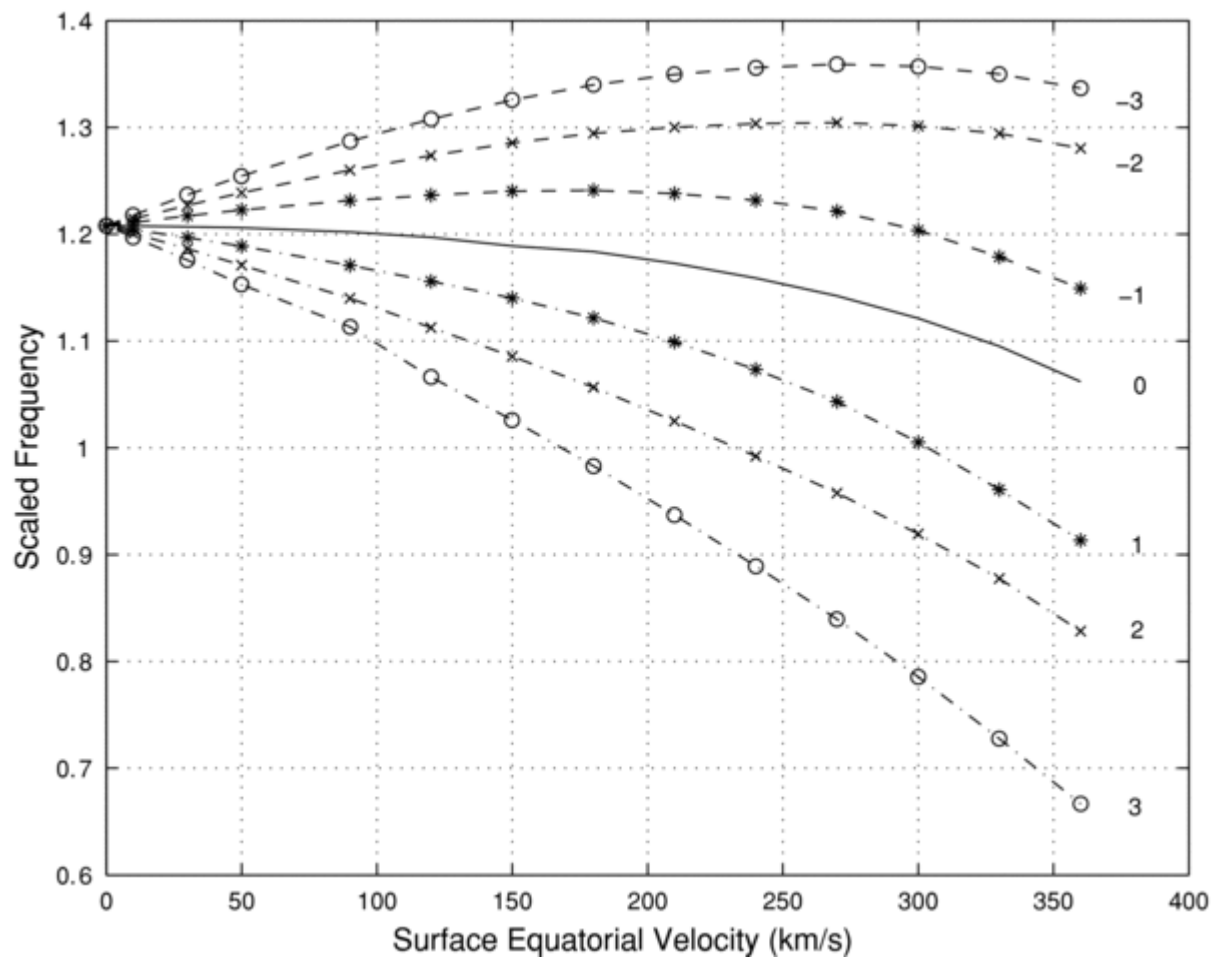
W przypadku szybko rotujących gwiazd występuje zjawisko rozszczepiania modów $m > 0$.

Częstotliwość danego modu jest obserwowana w najprostszym przypadku jako trzy równo-odległe częstotliwości, których separacja zależy od prędkości rotacji gwiazdy.

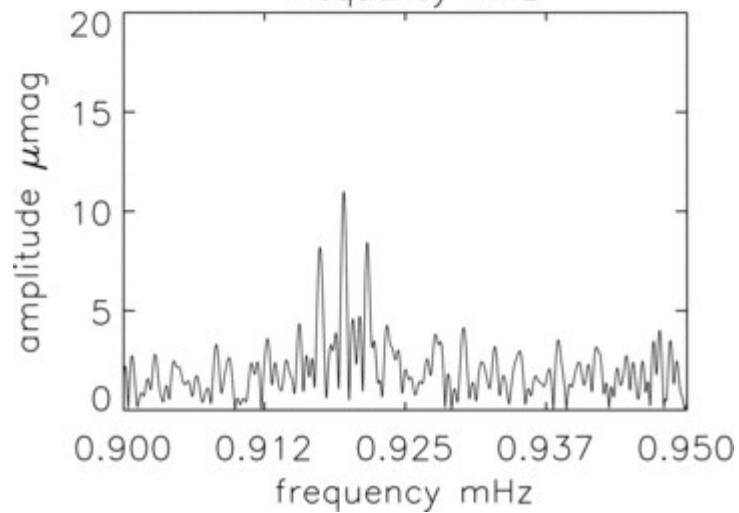
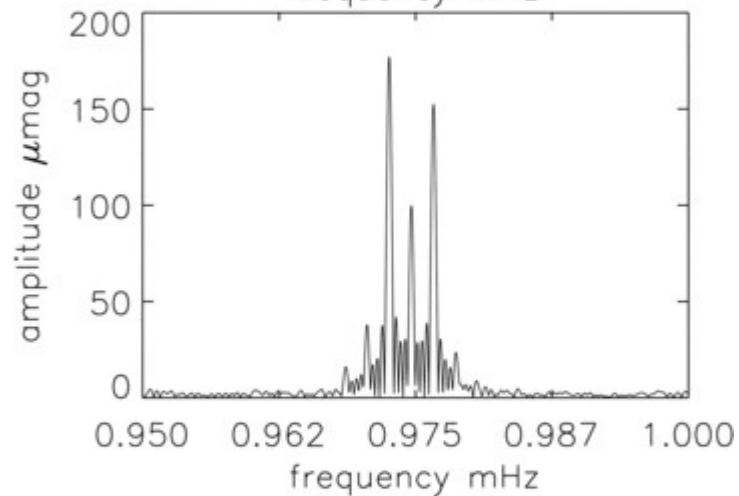
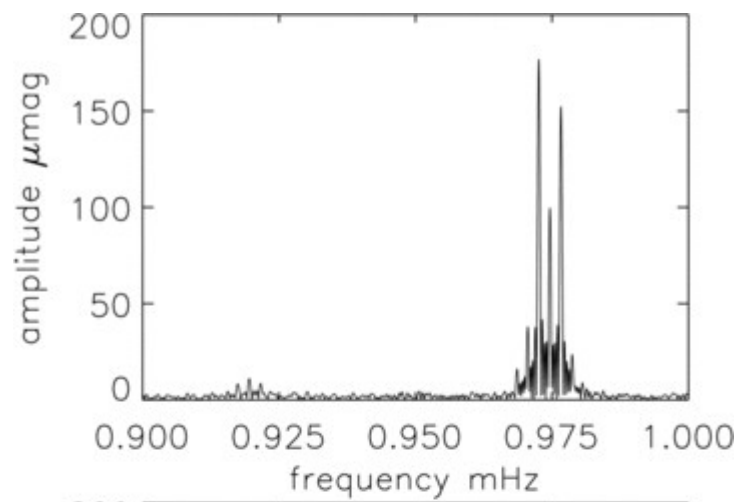
Nie wszystkie mody $|m| \leq l$ muszą mieć jednak mierzalne amplitudy.

Charakterystyka pulsacji gwiazd

Rozszczepienie rotacyjne



Częstotliwość pulsacji gwiazdy ZAMS $10 M_{\text{Słońca}}$,
 $l=3, n=1, m=-3, \dots, +3$



Obserwowane rozszczepienie
rotacyjne w widmie
częstotliwości pulsacji
gwiazdy roAp:
KIC 10195926

Pulsacje gwiazd a stojące fale dźwiękowe w organach

Podstawowy mod pulsacji w organach ma okres:

$$\Pi_0 = 4 \frac{a}{v_s}$$

gdzie a jest długością pół-otwartej rury, a v_s prędkością dźwięku.

Podstawowy mod pulsacji w gwiazdzie można więc przybliżyć jako:

$$\Pi_0 = 4 \frac{R}{\bar{v}_s}$$

Z równania równowagi hydrostatycznej wiemy, że:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-G m \rho}{r^2}$$

Z tego w bardzo przybliżony sposób można oszacować:

$$\frac{\bar{P}}{R} = \frac{-G M \bar{\rho}}{R^2}$$

Pulsacje gwiazd a stojące fale dźwiękowe w organach

Ponieważ prędkość dźwięku wynosi:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

A wykładnik adiabaty jest rzędu jedności, więc otrzymujemy:

$$\bar{v}_s \sim \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Więc ostatecznie dostajemy okres modu podstawowego:

$$\Pi_0 \sim 4 \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

Dla pierwszej odkrytej δ Cep otrzymamy okres:

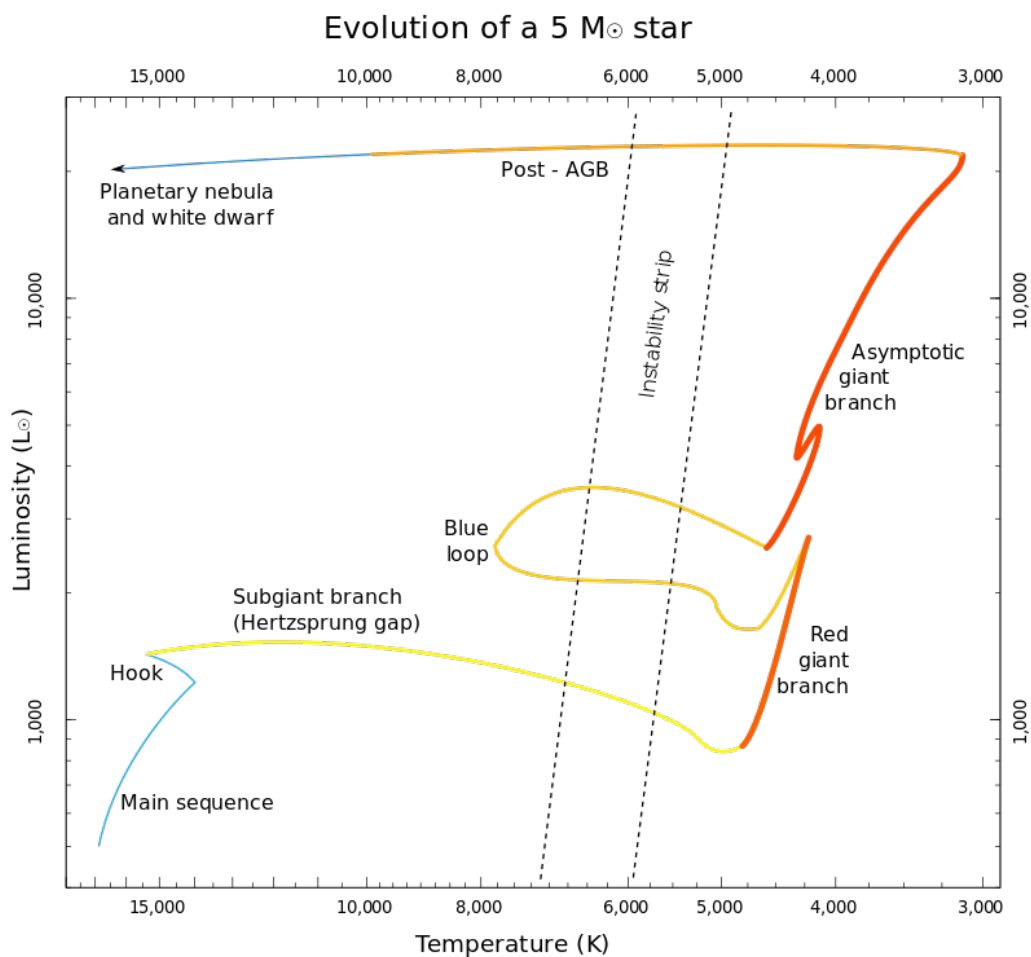
$$\Pi_0 \sim 4 \sqrt{\frac{44^3 R_{Sun}}{G 4.5 M_{Sun}}} = 8 \cdot 10^5 s \sim 9.3 \text{ dni}$$

Prawdziwy okres pulsacji wynosi 5.4 dni.

Pulsacje gwiazd a stojące fale dźwiękowe w organach

Dygresja o zależności okres-jasność dla głównego pasa niestabilności (Cefeidy i inne gwiazdy pulsujące)

Znając przybliżony wzór na częstotliwość modu podstawowego możemy spróbować wyjaśnić zależność okres-jasność dla Cefeid korzystając z faktu, że pas niestabilności jest niemal pionowy.



Pulsacje gwiazd a stojące fale dźwiękowe w organach

Dygresja o zależności okres-jasność dla głównego pasa niestabilności (Cefeidy i inne gwiazdy pulsujące)

Moc promieniowania gwiazdy zależy od R i T_{eff} :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Przy stałej temperaturze efektywnej otrzymamy:

$$L \propto R^2$$

A więc znając:

$$\Pi_0 \sim 4 \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

Otrzymujemy:

$$\Pi_0 \propto L^{3/4} M^{-1/4}$$

Widać silną zależność od L i słabszą od M . W rzeczywistości obserwuje się:

$$\Pi_0 \propto L^{0.87}$$

Siła powrotna

Mody grawitacyjne (g-mode)

Ruch materii głównie w poprzek promienia (transwersalne). Zwykle okresy dłuższe niż radialny mod podstawowy.

Gdy rośnie n to maleje v gdy l rośnie to rośnie v .

Dla $n \gg l$ okresy modów g są rozłożone w równych odstępach.

Mody ciśnieniowe (p-mode)

Ruch materii głównie wzdłuż promienia (radialne). Zwykle okresy krótsze niż radialny mod podstawowy. Gdy rośnie n lub l to rośnie v .

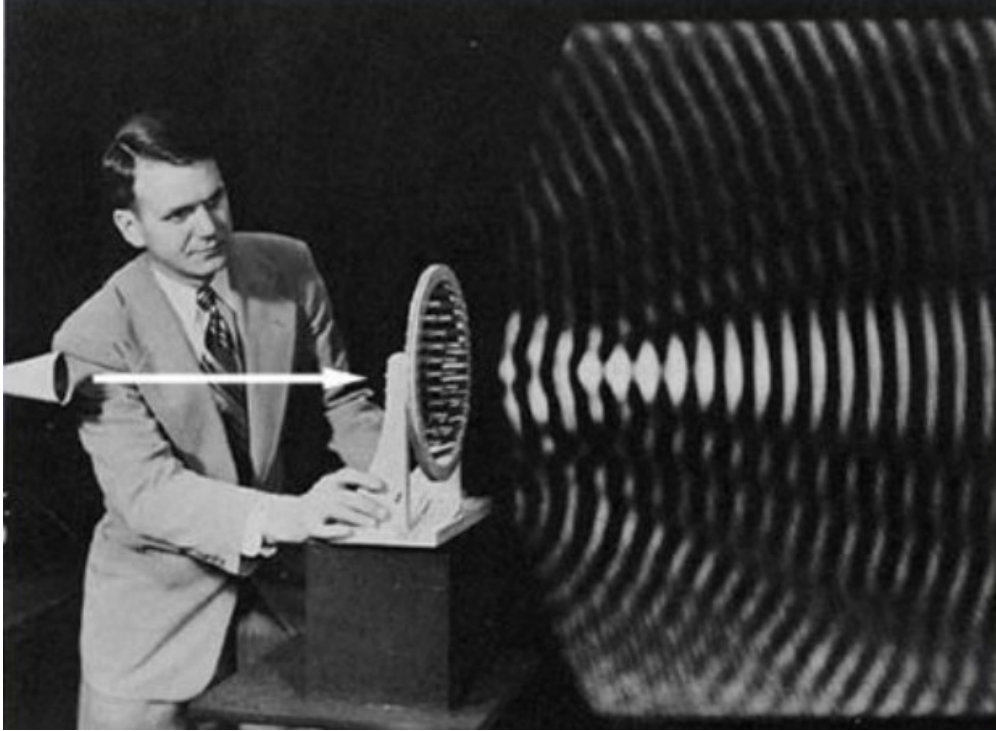
Wszystkie mody radialne ($l=0$) są typu p , gdyż grawitacja akurat sprzyja kurczeniu gwiazdy.

Dla $n \gg l$ częstotliwości modów p są rozłożone w równych odstępach.

Mod podstawowy (f-mode)

Mod graniczny typu p dla $l=0$

Siła powrotna

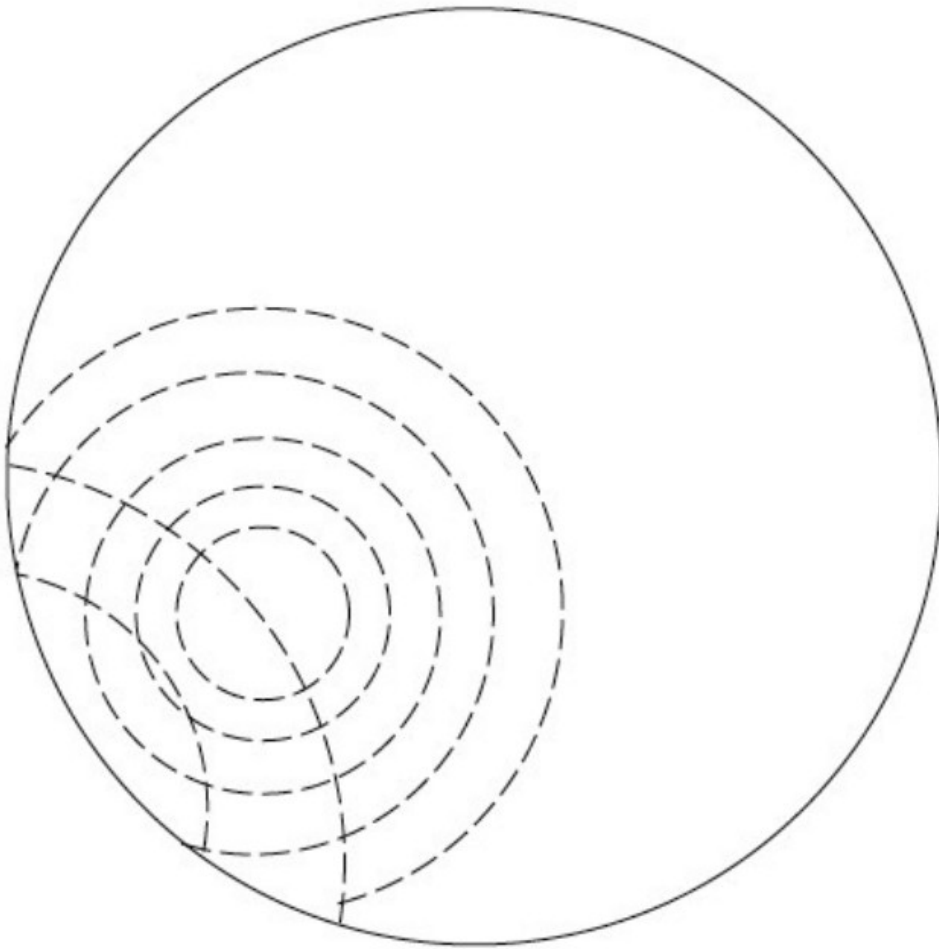


Fale akustyczne

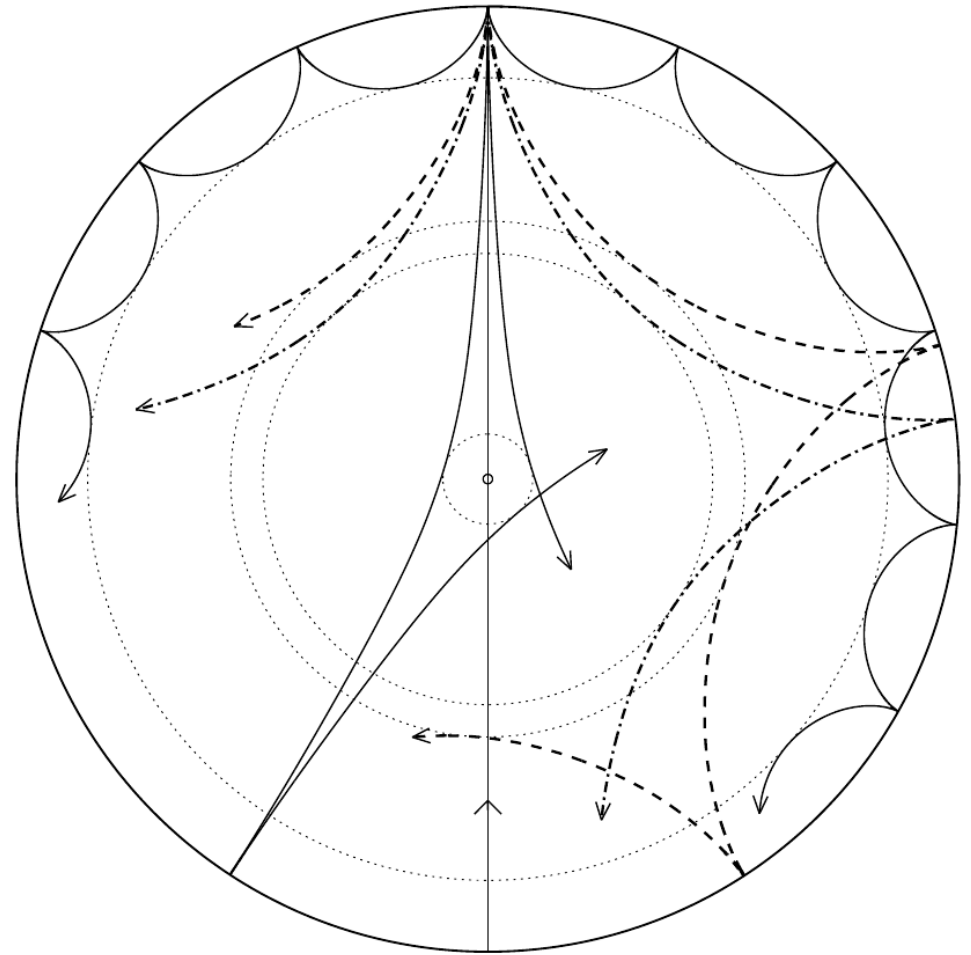


„Fale grawitacyjne”
(fale gęstości w polu grawitacyjnym)

Ciśnieniowe mody pulsacji

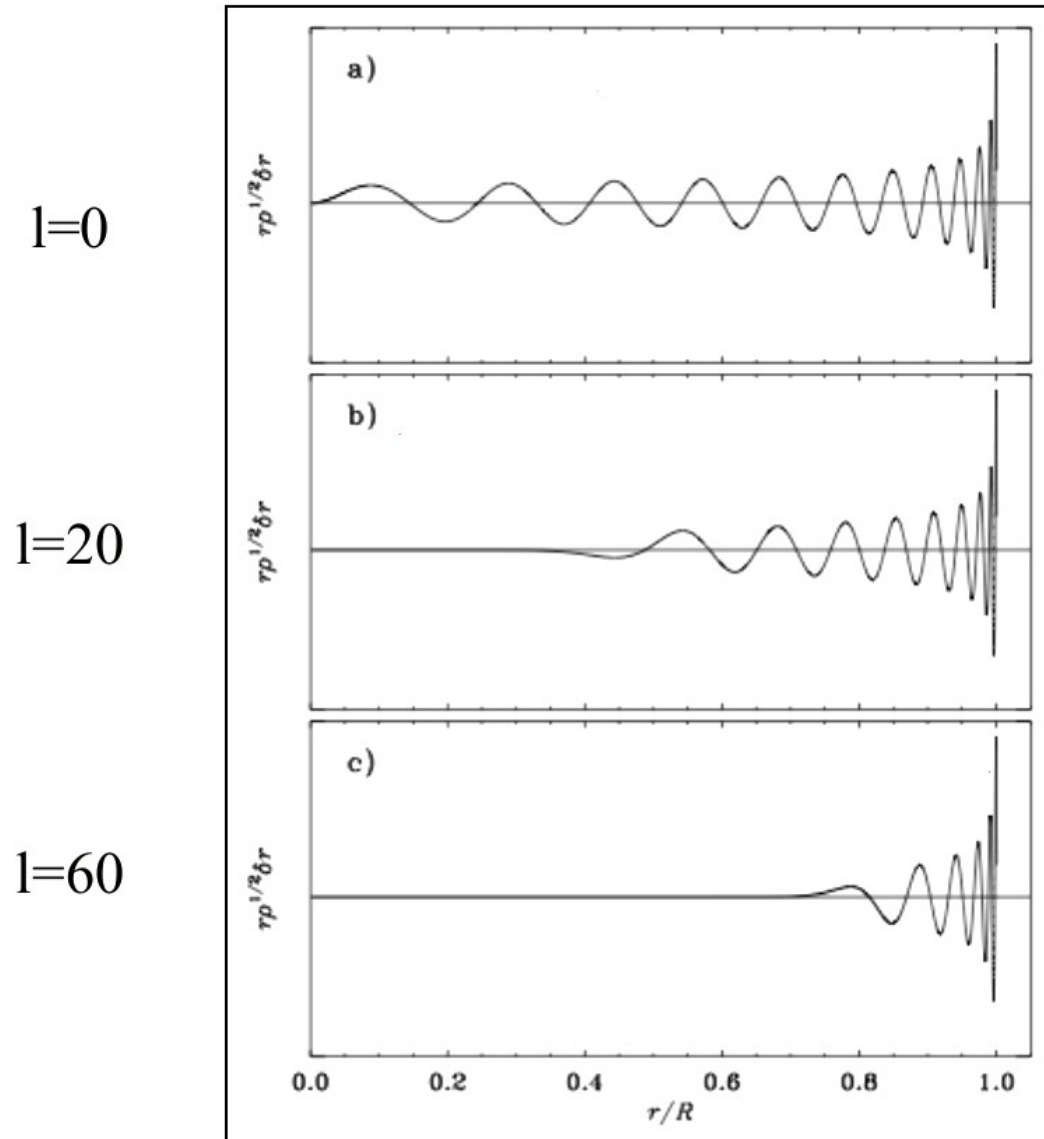


Fale dźwiękowe rozchodzące się z pewnego punktu we wnętrzu gwiazdy.



Mody p są uwięzione między powierzchnią, a głębokością na której następuje odbicie fali (turning point).

Ciśnieniowe mody pulsacji

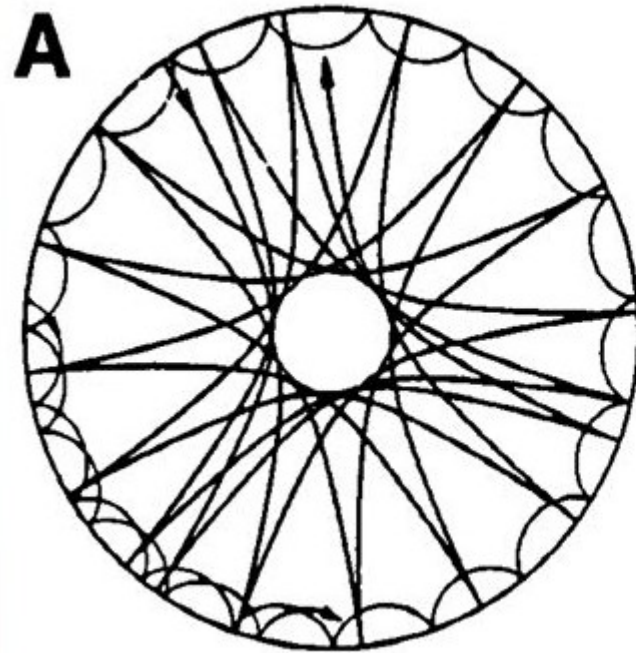


Amplitudy modów ciśnieniowych są największe przy powierzchni.

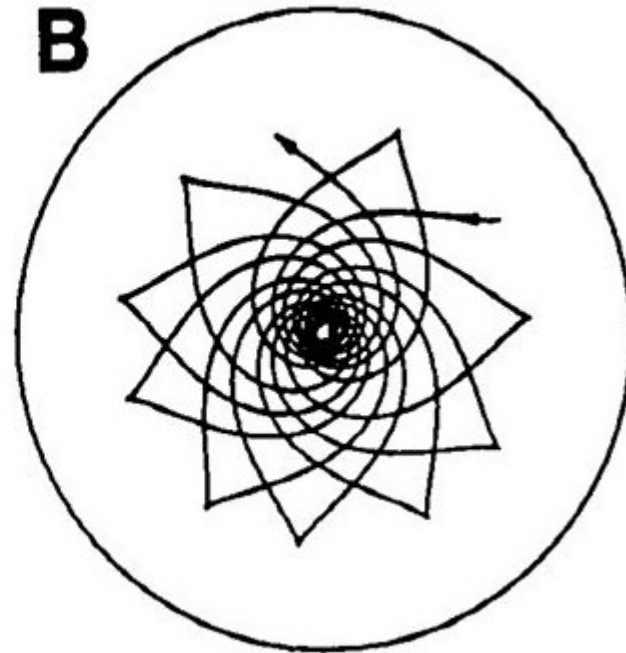
Ciśnieniowe mody radialne (f-mode) występują w całej objętości gwiazdy, nieradialne zaś tylko do pewnej głębokości.

Dla danego l , wyższa częstotliwość pulsacji oznacza większe r .

Grawitacyjne mody pulsacji



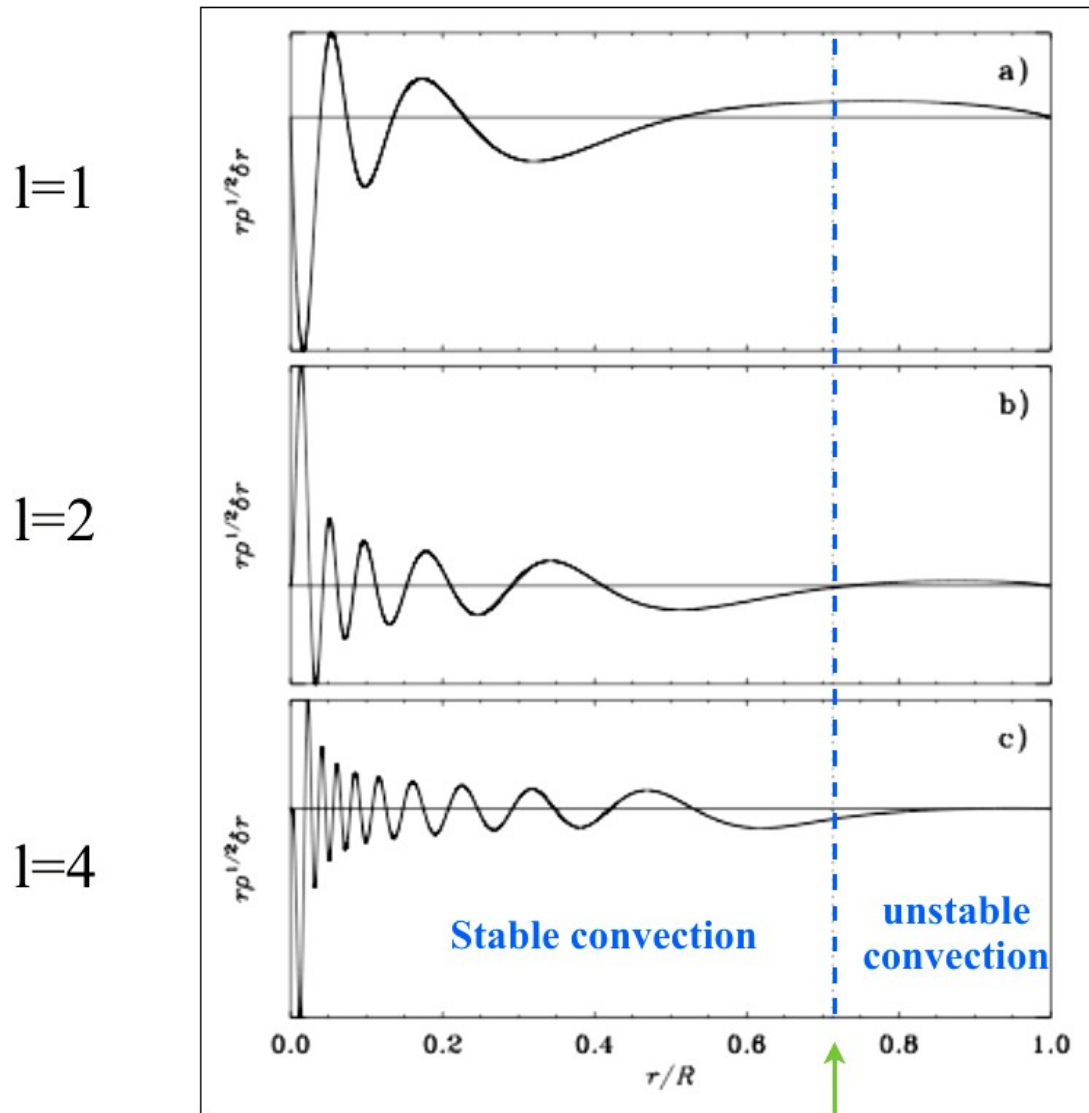
mody typu p
 $(n,l) = (8,100), (8,2)$



mody typu g
 $(n,l) = (10,5)$

Kierunki rozchodzenia się fal różnych typów i modów dla modelu Słońca.

Grawitacyjne mody pulsacji



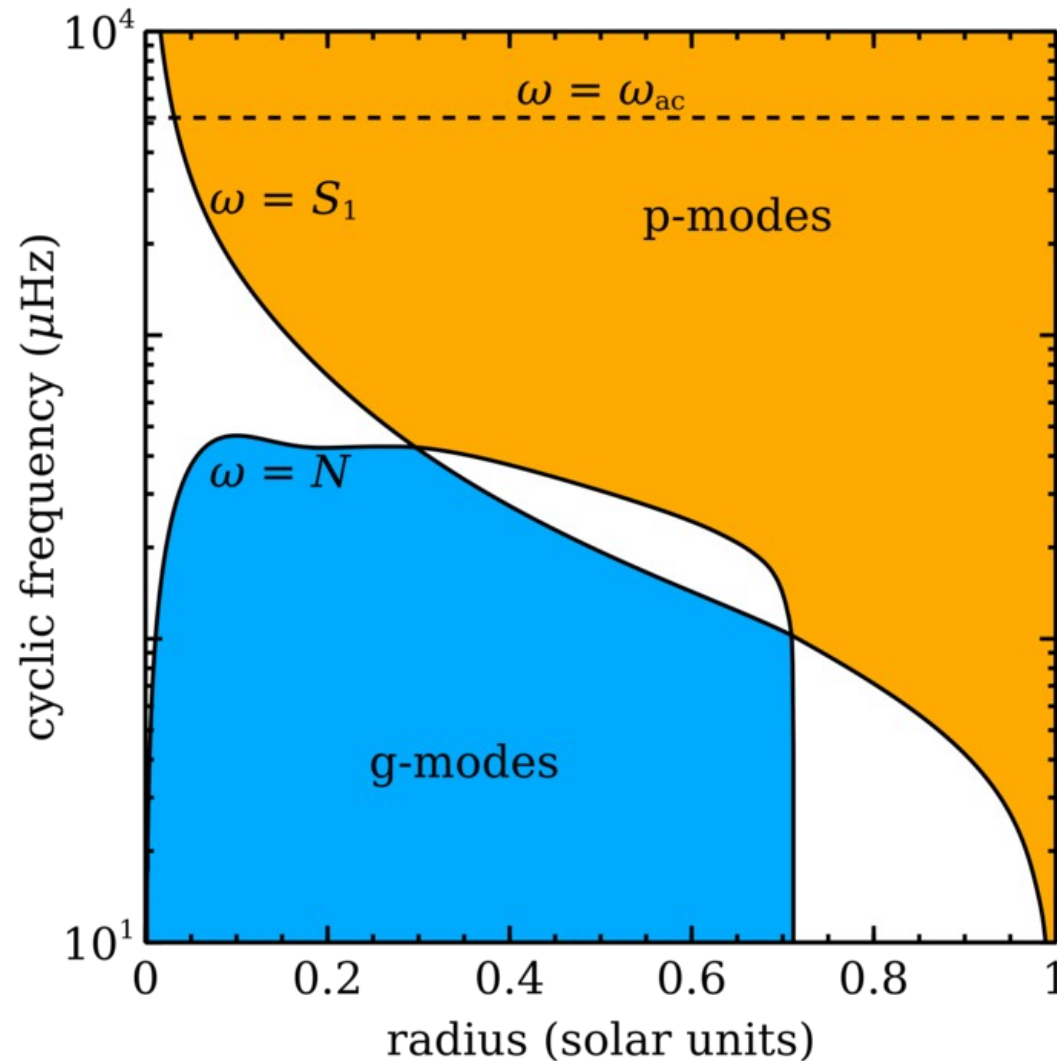
Amplitudy modów grawitacyjnych są największe blisko centrum gwiazdy.

Uwięzione we wnętrzu gwiazdy gdy gwiazda ma zewnętrzną strefę konwektywną.

Głębokość odbicia fali nie zależy od l .

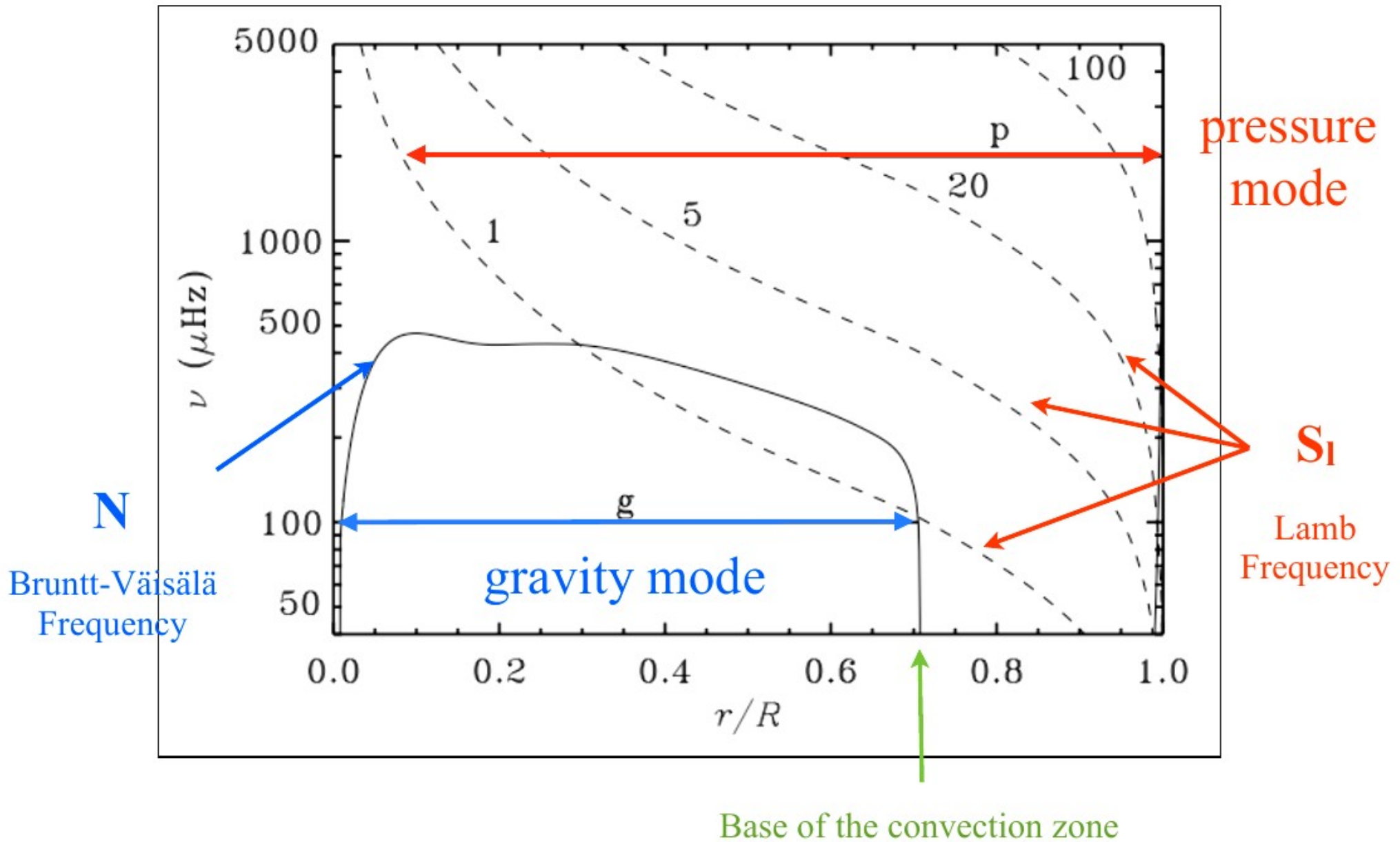
granica strefy konwektywnej

Diagram propagacji fal we wnętrzu gwiazdy (propagation diagram)



Obszar niebieski – tu dozwolone są mody grawitacyjne (g-modes),
Obszar pomarańczowy – tu dozwolone są mody ciśnieniowe (p-modes).
Obszary białe – tu pulsacje są wygaszane.
N – częstotliwość Brunt-Vaisala
 S_1 – częstotliwość Lamb

Diagram propagacji fal we wnętrzu gwiazdy (propagation diagram)



Częstotliwość Lamba L_l

$$L_l^2 = \frac{l(l+1)c^2}{r^2}$$

l – stopień sferyczny

c – lokalna prędkość dźwięku

r – promień

Jest to odwrotność czasu niezbędnego by fala poruszając się z lokalną prędkością dźwięku pokonała jedną swoją długość.

Minimalna częstotliwość fali akustycznej – pulsacji typu p.

Jest to naturalne ograniczenie na fale wzdłużne w każdym materiale, które wynikają z granic obszaru propagacji (brzeg pręta, powierzchnia gwiazdy).

„Acoustical cut-off frequency”

Częstotliwość Brunt-Vaisala = częstotliwość wypornościowa N

$$N^2 = g \left(\frac{1}{p \gamma} \frac{dp}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right)$$

g – przyspieszenie grawitacyjne

p – ciśnienie

ρ – gęstość materii

γ – wykładnik adiabatyczny

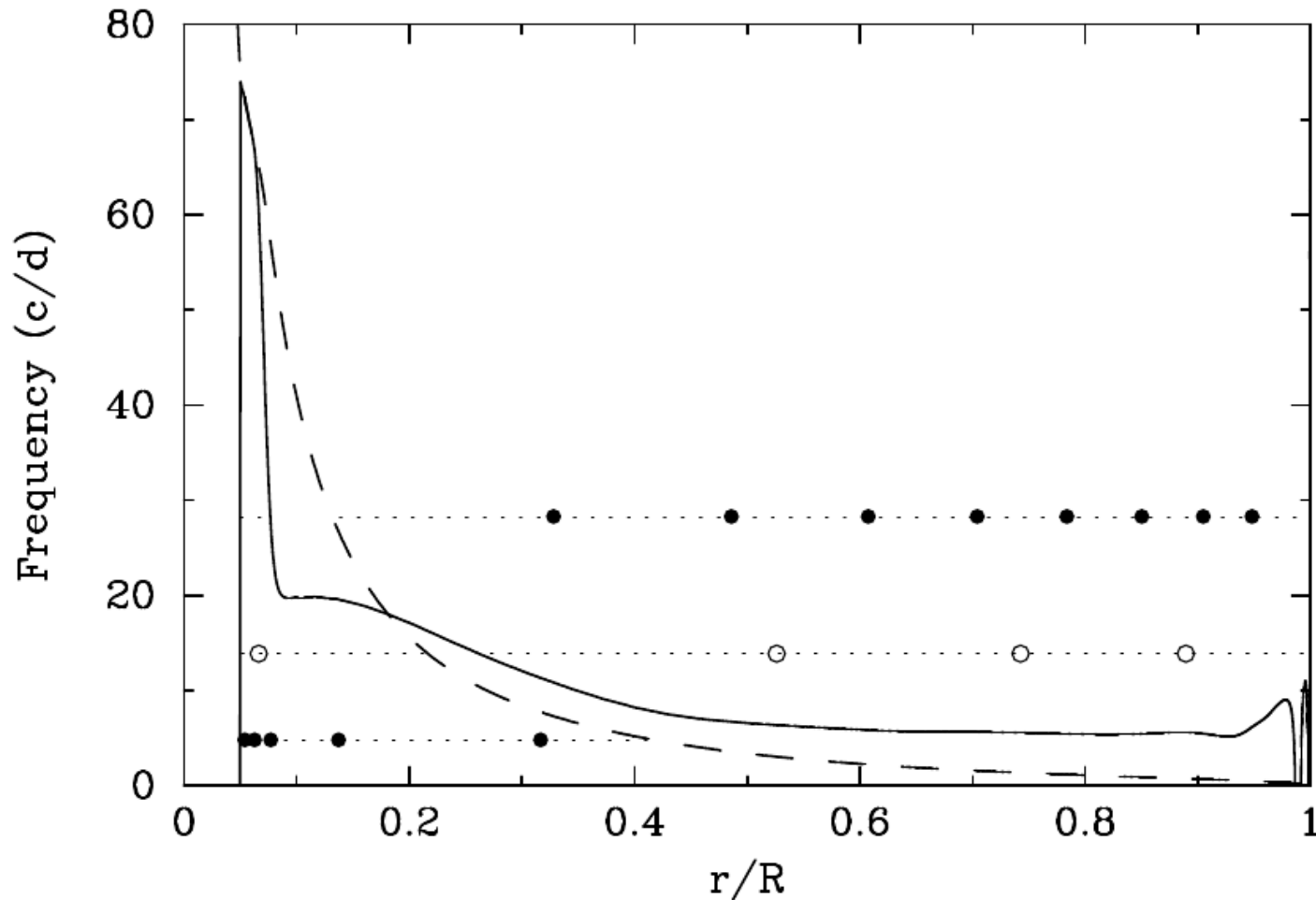
r – promień

Fizycznie jest to naturalna częstotliwość oscylacji przy odchyleniu w pionie komórki gazu w powietrzu. Częstotliwość fal grawitacyjnych w powietrzu nie może przekroczyć tej wartości, ale może być mniejsza.

Zakładana jest równowaga hydrostatyczna i działanie tylko siły wyporności. Dla płasko-równoległej atmosfery Ziemi częstotliwość N redukuje się do:

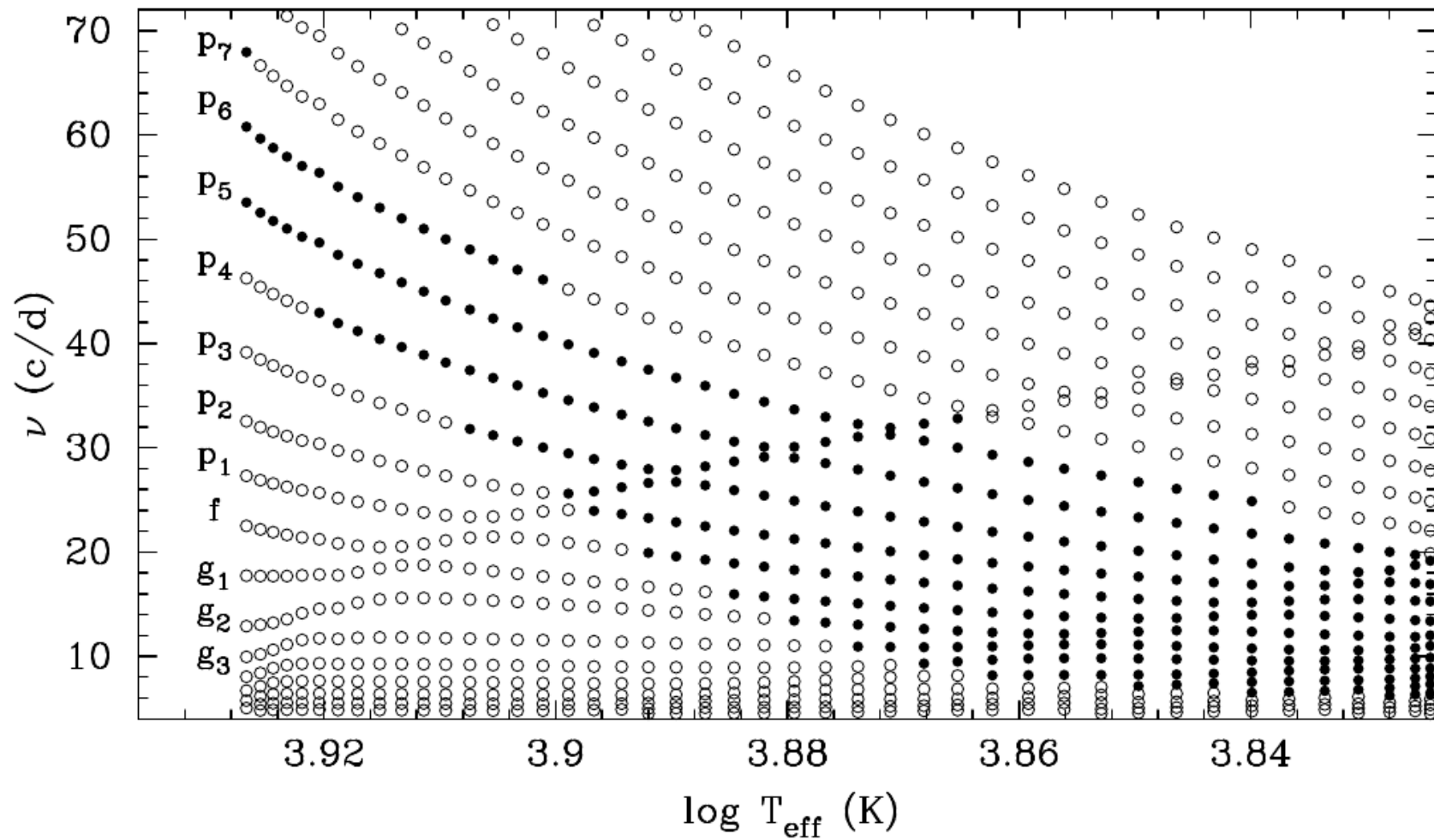
$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}$$

Diagram propagacji fal we wnętrzu gwiazdy (propagation diagram)



Model gwiazdy o masie $2 M_{\odot}$ z jądrem konwektywnym w którym częstotliwość Brunt-Vaisala się zeruje, a przed którym ma ostry szczyt wynikający z gradientu składu chemicznego. Linie kropkowane oznaczają niektóre mody pulsacji. Widać, że najniższy jest typu $g_{r=5}$, najwyższy typu $p_{r=8}$, a centralny jest mieszany. Kółka oznaczają węzły pulsacji.

Pulsacje gwiazd a ewolucja



Model ewolucyjny gwiazdy $1.8 M_{\odot}$, z lewej strony ZAMS.

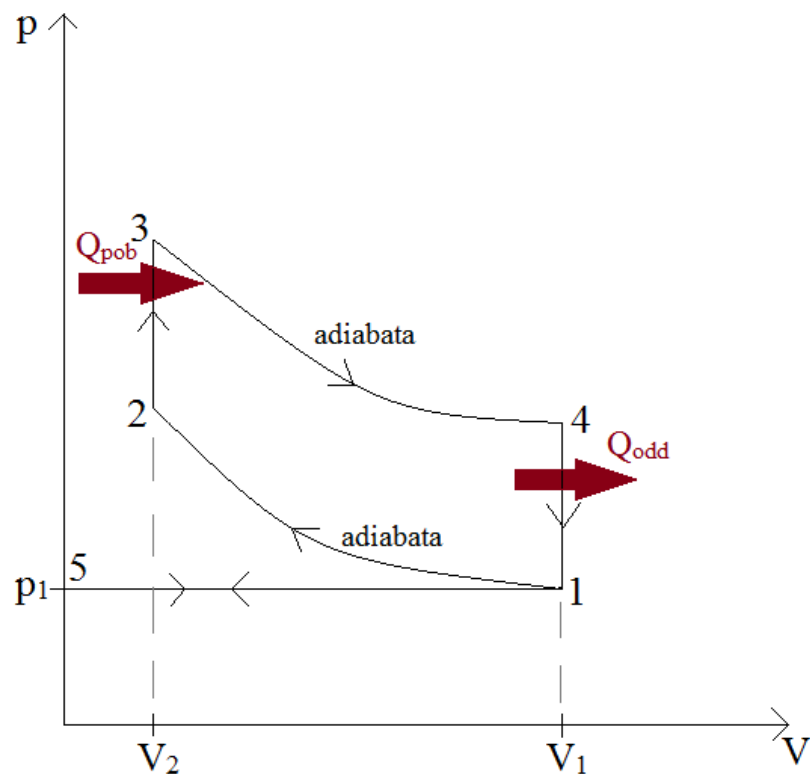
Kółka wypełnione oznaczają mody wzbudzone (pokazane tylko $l=2$).

f – mod podstawowy (fundamental), p_1 – pierwszy owerton ciśnieniowy,

g_1 – pierwszy owerton grawitacyjny, itd

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Pomysł Eddingtona – gwiazda jako silnik cieplny



Silnik cieplny działa dzięki dostarczeniu energii w momencie kompresji gazu.

W gwiazdach energia ciągle jest dostarczana od spodu i odbierana od góry.

Co się stanie gdy warstwa gazu ulegnie przypadkowej, nieznacznej kompresji?

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Wówczas wzrośnie jej ciśnienie i temperatura i nastąpi rozprężenie. Gaz jednak nie wróci od razu do stanu równowagi, gdyż bezwładność spowoduje przekroczenie punktu równowagi w drugą stronę.

Gdyby nie straty energii, nastąpiłyby oscylacje trwające nieskończenie długo. W praktyce oscylacje są szybko tłumione.

Ulegający kompresji gaz zmienia również swoją nieprzezroczystość, zgodnie z prawem Kramera:

$$\kappa \propto \frac{\rho}{T^{7/2}}$$

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Jak zmieni się nieprzezroczystość zakładając adiabatyczną przemianę materii?

$$\kappa \propto \frac{\rho}{T^{7/2}}$$

$$P \propto \rho^{\gamma_{ad}}$$

$$T \propto P^{\nabla_{ad}}$$

$$\rho \propto P^{1/\gamma_{ad}}$$

$$P \propto T^{1/\nabla_{ad}}$$

$$\rho \propto T^{1/(\nabla_{ad} \gamma_{ad})}$$

$$\kappa \propto T^{1/(\nabla_{ad} \gamma_{ad}) - 7/2}$$

$$\kappa \propto T^{1/(2/5 \cdot 5/3) - 7/2}$$

$$\kappa \propto T^{-2}$$

Wzrost temperatury powoduje więc spadek nieprzezroczystości gazu doskonałego, który sprzyja spadkowi temperatury i powrotowi do stanu równowagi.

Mechanizmy pulsacji gwiazd

1953 – Siergiej Aleksandrowicz Zewakin zauważył, że w **warstwach częściowej jonizacji** wzrost temperatury jest podczas kompresji nieznaczny i wzrost gęstości może być przeważający – a więc nieprzezroczystość może wrosnąć.

Jest to podstawowy sposób pulsacji gwiazd:
mechanizm kappa
(lub κ - γ lub zawór Eddingtona)



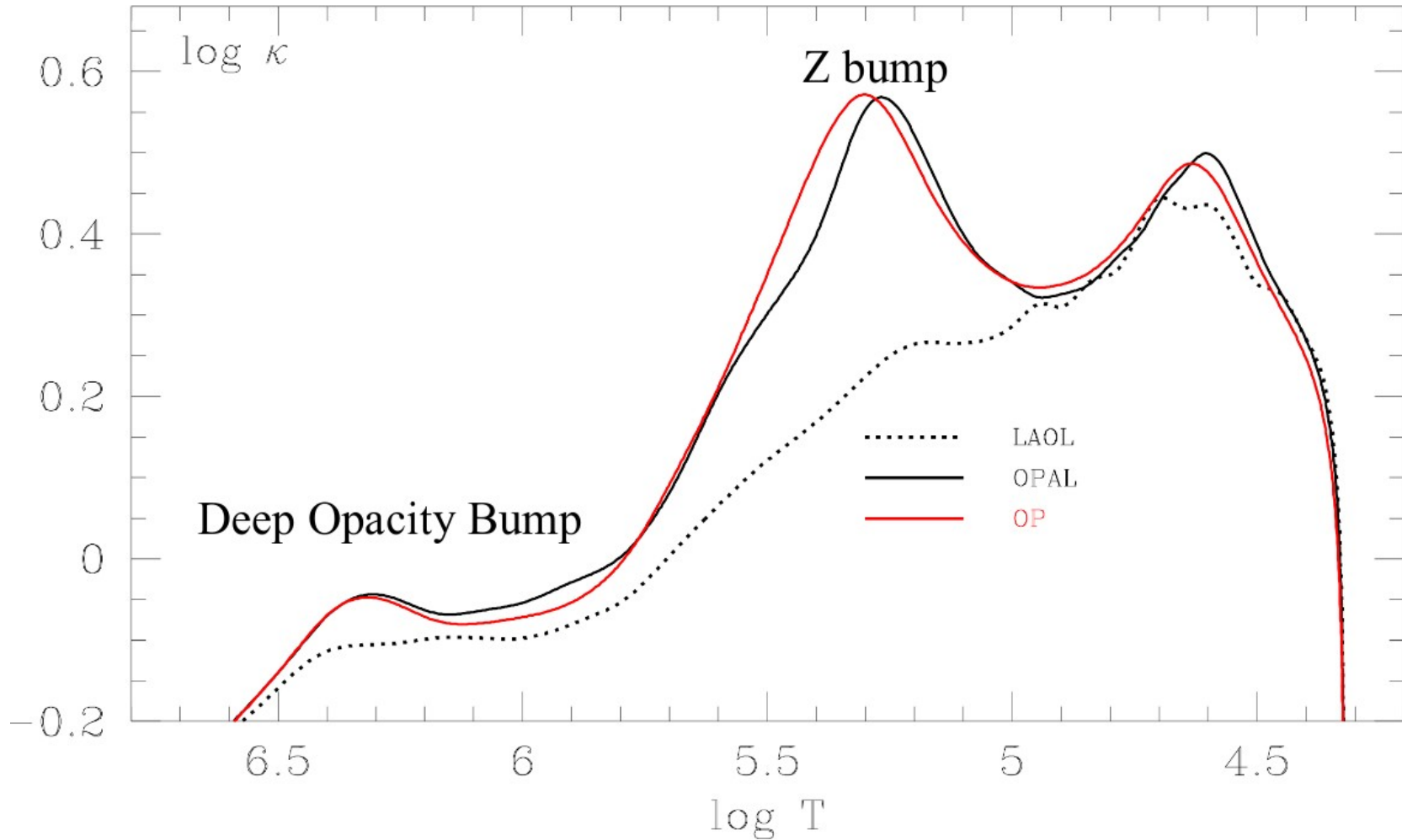
Przy $T = 1-1.5 \cdot 10^4$ K występuje częściowa jonizacja wodoru i helu:



Przy $T = 4 \cdot 10^4$ K występuje częściowa jonizacja helu:



Mechanizmy pulsacji gwiazd



Model masywnej gwiazdy ciągu głównego:

- warstwy częściowej jonizacji H nie ma, bo gwiazda jest zbyt gorąca,
- Z-bump warstwa częściowej jonizacji Fe (200 000 K),
- DOB warstwa częściowej jonizacji wielu pierwiastków (2 000 000 K).

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Przebieg nieprzezroczystości,
a występowanie warstw konwektywnych i promienistych.

WTTS:

1 masa Słońca – model nr 100

Internals:

Y: Opacity i grad rad – grad ad

X: R lub T

WTTS:

1.7 masy Słońca – model nr 50

Internals:

Y: Opacity i grad rad – grad ad

X: R lub T

WTTS:

20 mas Słońca – model nr 10

Internals:

Y: Opacity i grad rad – grad ad

X: R lub T

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Warunki wzbudzenia i podtrzymania pulsacji okresowych gwiazd w obszarach częściowej jonizacji:

1. Praca wykonana przez gaz musi być dodatnia.

$$\Delta W > 0$$

Ponieważ strumień promieniowania w danej warstwie można zapisać:

$$L = -16 \pi^2 r^4 \frac{c}{\kappa} \frac{dP_{rad}}{dm}$$

Widać, że podczas kurczenia:

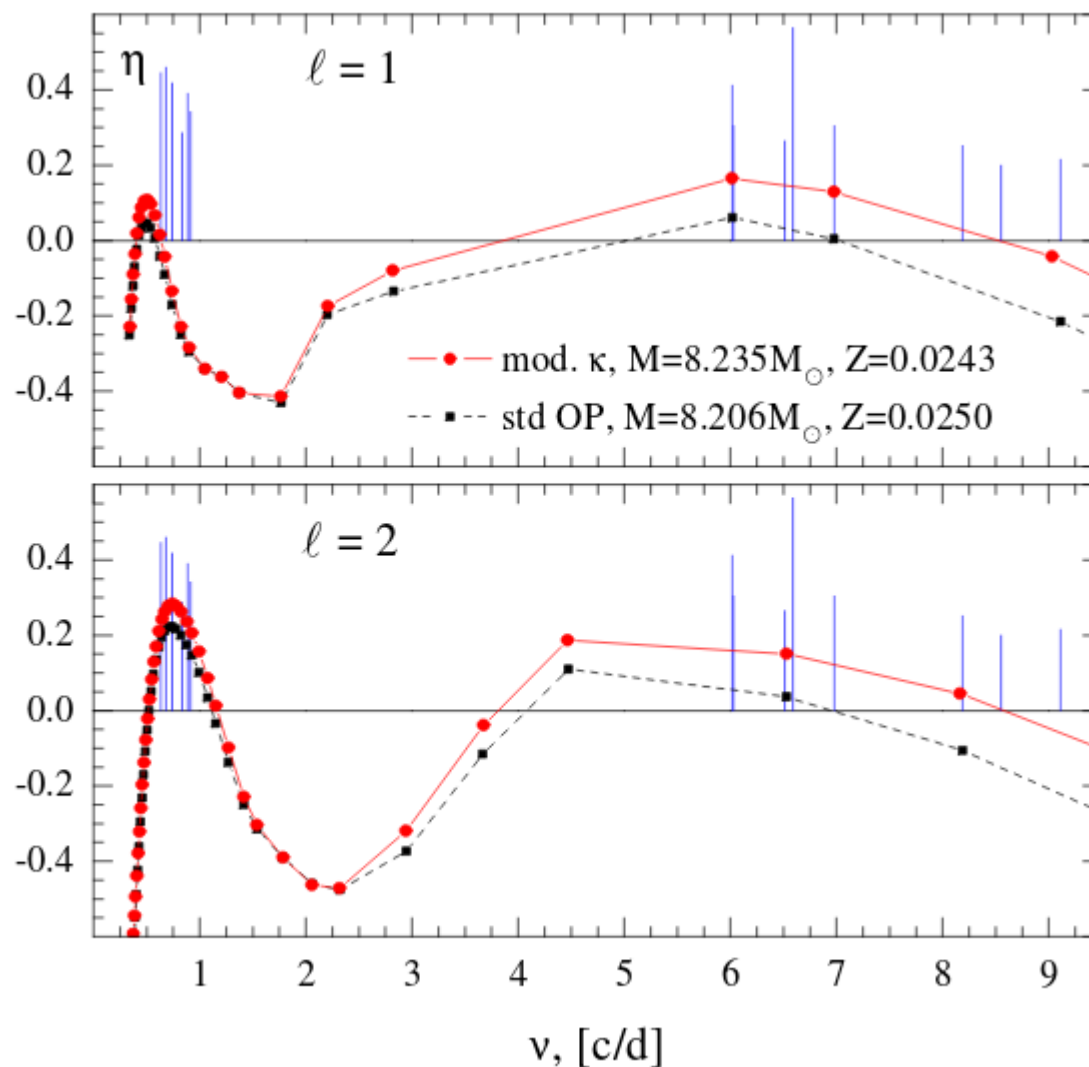
L maleje, bo r maleje → nie ma problemu

L maleje, gdy kappa rośnie → tu może być różnie

L rośnie, gdyż rośnie gradient ciś. prom. → to nam przeszkadza

Potrzebny jest więc nie tylko wzrost kappa, ale taki wzrost, który skompensuje zmianę gradientu ciśnienia!!!

Mechanizmy pulsacji gwiazd



Hybrydowe pulsacje γ Peg (SPB g-modes i β Cep p-modes).
 η – normalized growth rate lub parametr stabilizacji
($\eta > 0$ wzbudzone mody)

Mechanizmy pulsacji gwiazd

2. Okres pulsacji musi być mniejszy niż czas dyssypacji zgromadzonej w danej warstwie energii.

Lokalna termiczna skala czasu wynosi:

$$\tau_{therm} \sim (M - m_{ion}) \frac{P_{ion}}{\rho_{ion} L_{ion}}$$

Wraz ze wzrostem T_{eff} lokalna termiczna skala czasu maleje, gdyż warstwa częściowej jonizacji przesuwa się coraz bliżej powierzchni gwiazdy ($M - m_{ion}$ maleje, a reszta pozostaje zbliżona).

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Mechanizm epsilon

W tym modelu pulsacje są napędzane przez zmianę tempa reakcji syntezy termojądrowych wywołaną cyklicznie przez periodyczne kurczenie się warstwy w jądrze gwiazdy (Rosseland & Randers 1938).

Podobny nieco do silnika wysokoprężnego.

Rozważany w niektórych typach masywnych starych gwiazd, ale jak na razie nie potwierdzony w żadnym przypadku.

Mechanizmy pulsacji gwiazd

Convective flux blocking

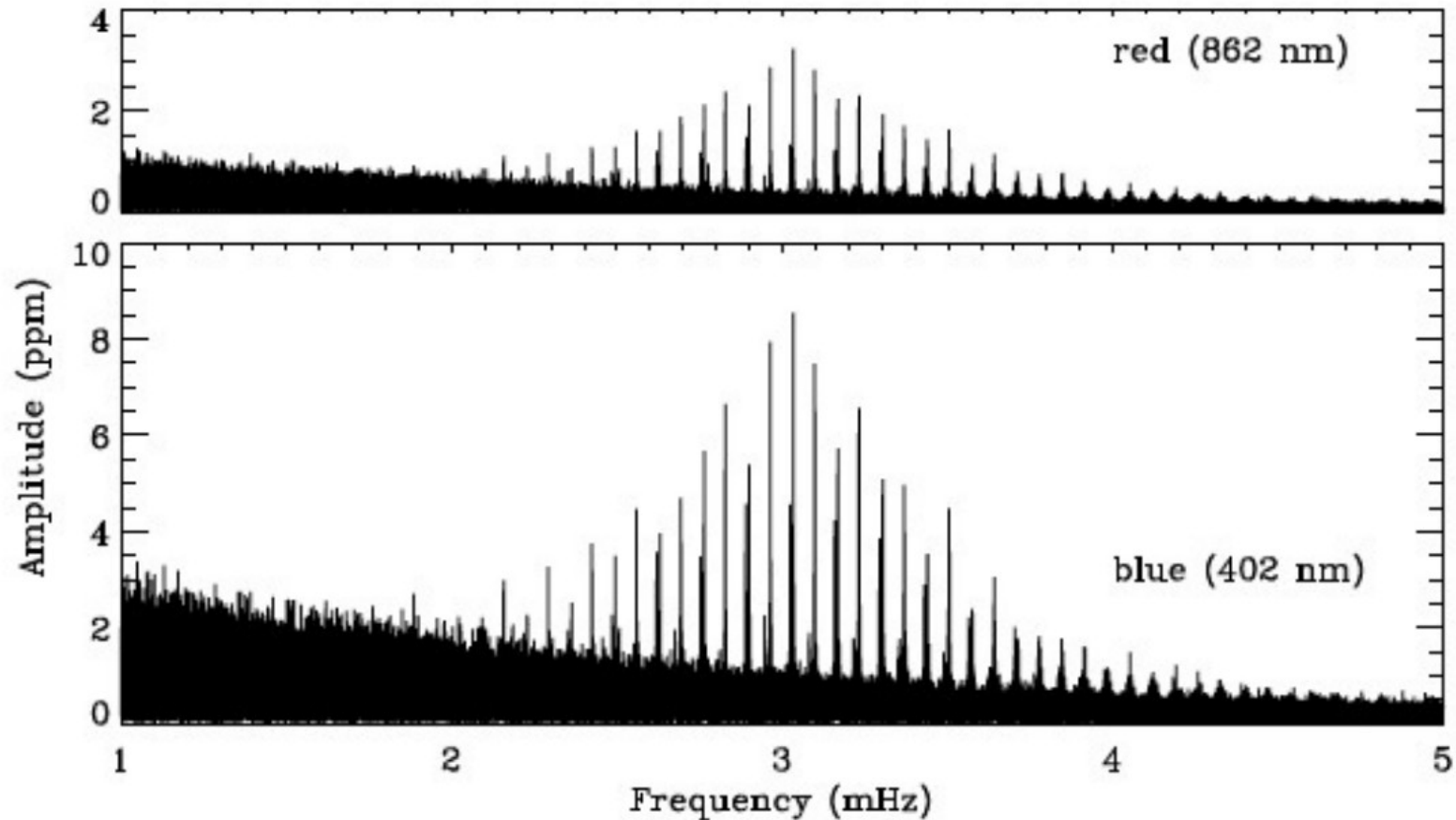
Związany z tymczasowym blokowaniem transportu energii na granicy warstwy konwektywnej.

Przykładowo: mody typu g w zmiennych typu gamma Dor.

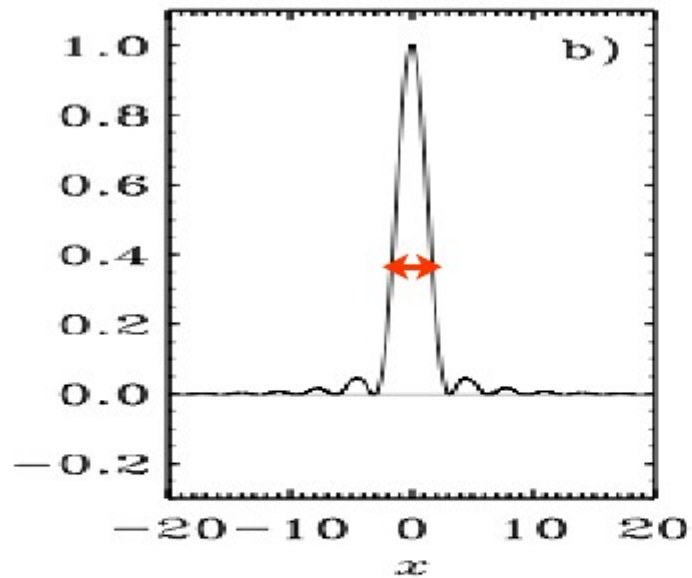
Mechanizmy pulsacji gwiazd

Wzbudzenie stochastyczne

Wysokiego rzędu ($l > 80$ dla Słońca) krótkookresowe pulsacje akustyczne wzbudzone do bardzo niskich amplitud przez turbulencje (konwekcję) w warstwach przypowierzchniowych wszystkich gwiazd z otoczką konwektywną. Ciągłe przypadkowe wzbudzenia i wygaszenia wielu częstotliwości.

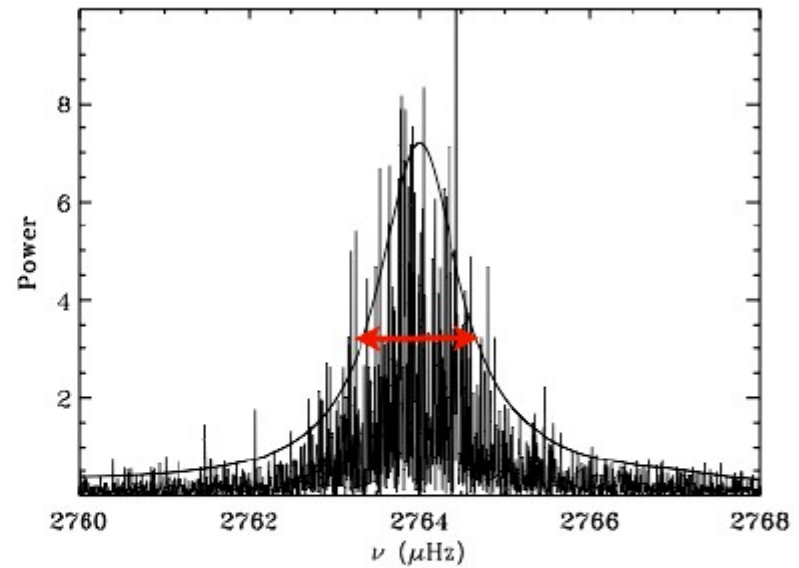


Wzbudzenie stochastyczne



coherent pulsation

width = length of observation



stochastic oscillation

width = $1/\text{mode lifetime}$

Wzbudzenie stochastyczne

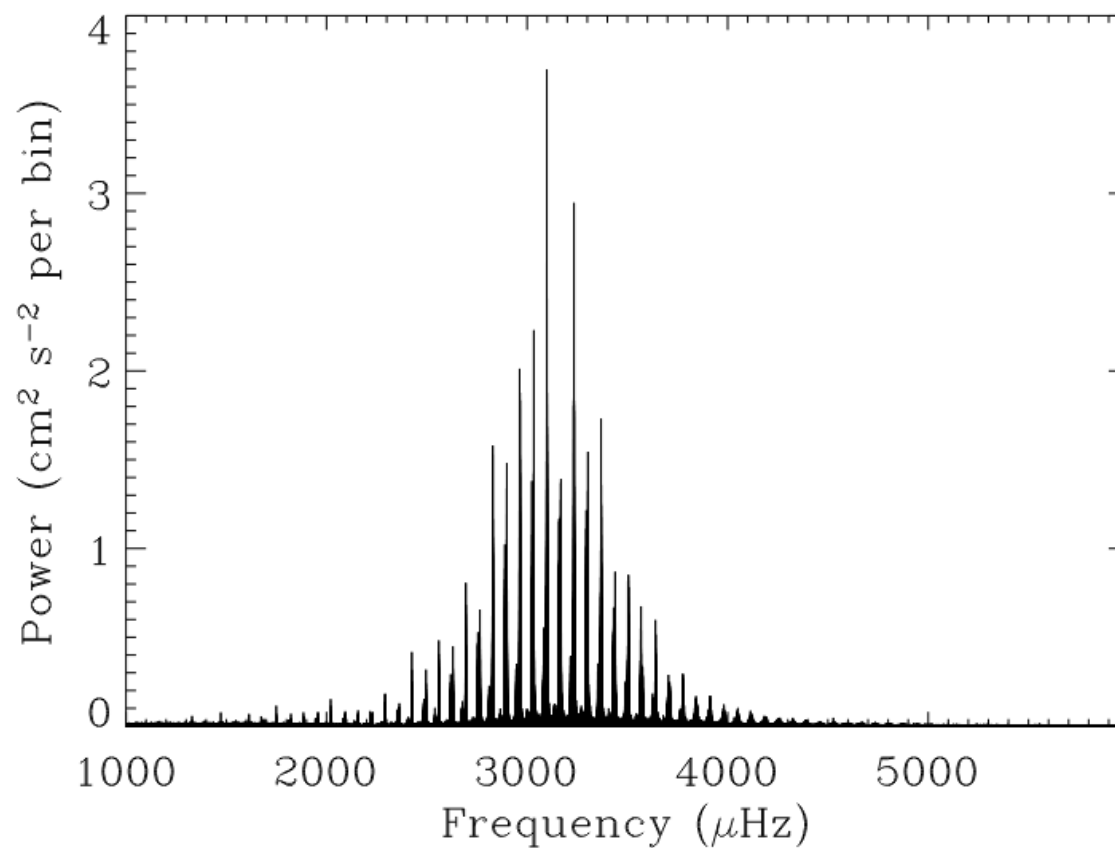
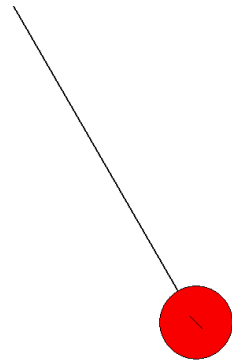


Figure 8: This shows a power spectrum of radial velocity variations in the sun seen as a star for 9.5 yr of data taken with the Birmingham Solar Oscillation Network (BiSON) telescopes. The equivalent amplitude noise level in this diagram is 0.5 mm s^{-1} . Figure courtesy of the BiSON team.

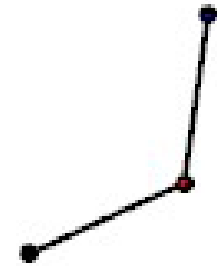
Wzbudzanie stochastyczne

Wahadło pojedyncze

Animation of simple pendulum via RK45



Wahadło podwójne



Mechanizmy pulsacji gwiazd

Pulsacje wymuszone

Pulsacje gwiazd w ciasnych układach podwójnych, na orbitach silnie eliptycznych, w których siły pływowe deformują składniki układu w peryastrum i wzbudzają pulsacje.

Heart-beat stars

<http://space.mit.edu/~shporer/heartbeatstars/>

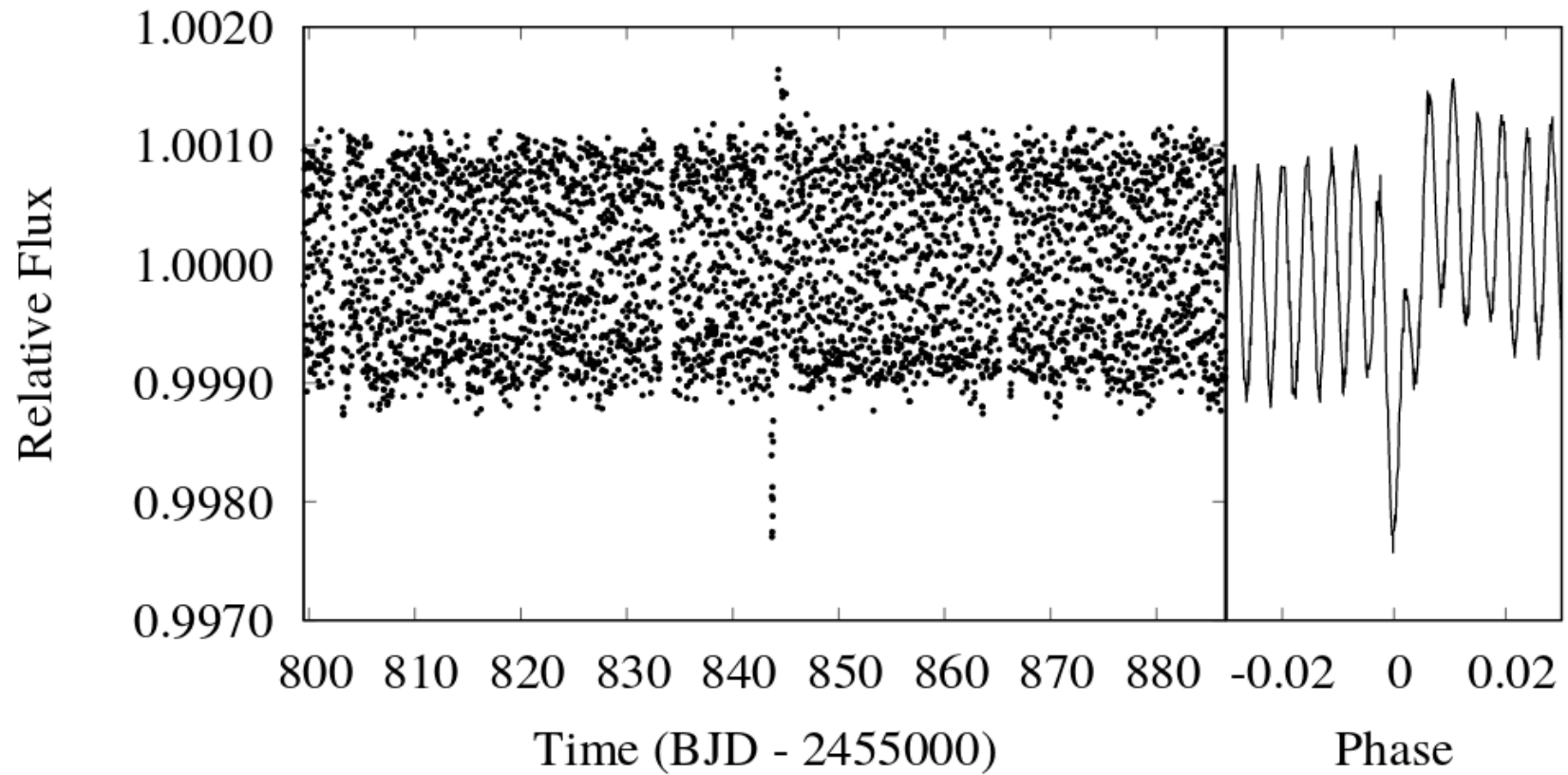
Cechy gwiazd tego typu:

- częstotliwość pulsacji jest całkowitą wielokrotnością częstotliwości orbitalnej
- $l = 2$, $m = +2, 0, -2$

Ewolucja orbitalna:

- resonance locking

Pulsacje wymuszone



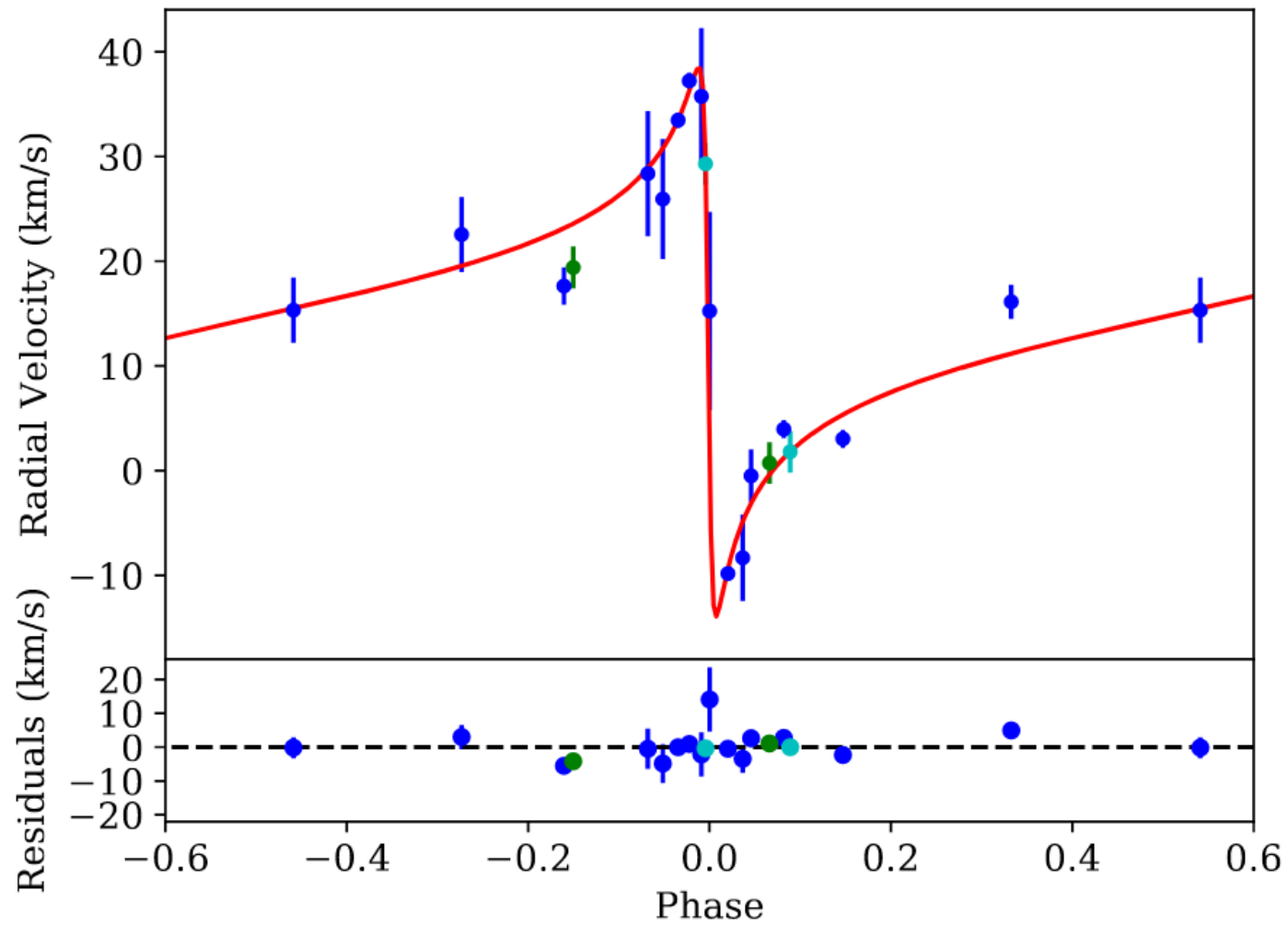
KIC 8164262:

$$P_{\text{orb}} = 87.45\text{d}$$

$$e = 0.885$$

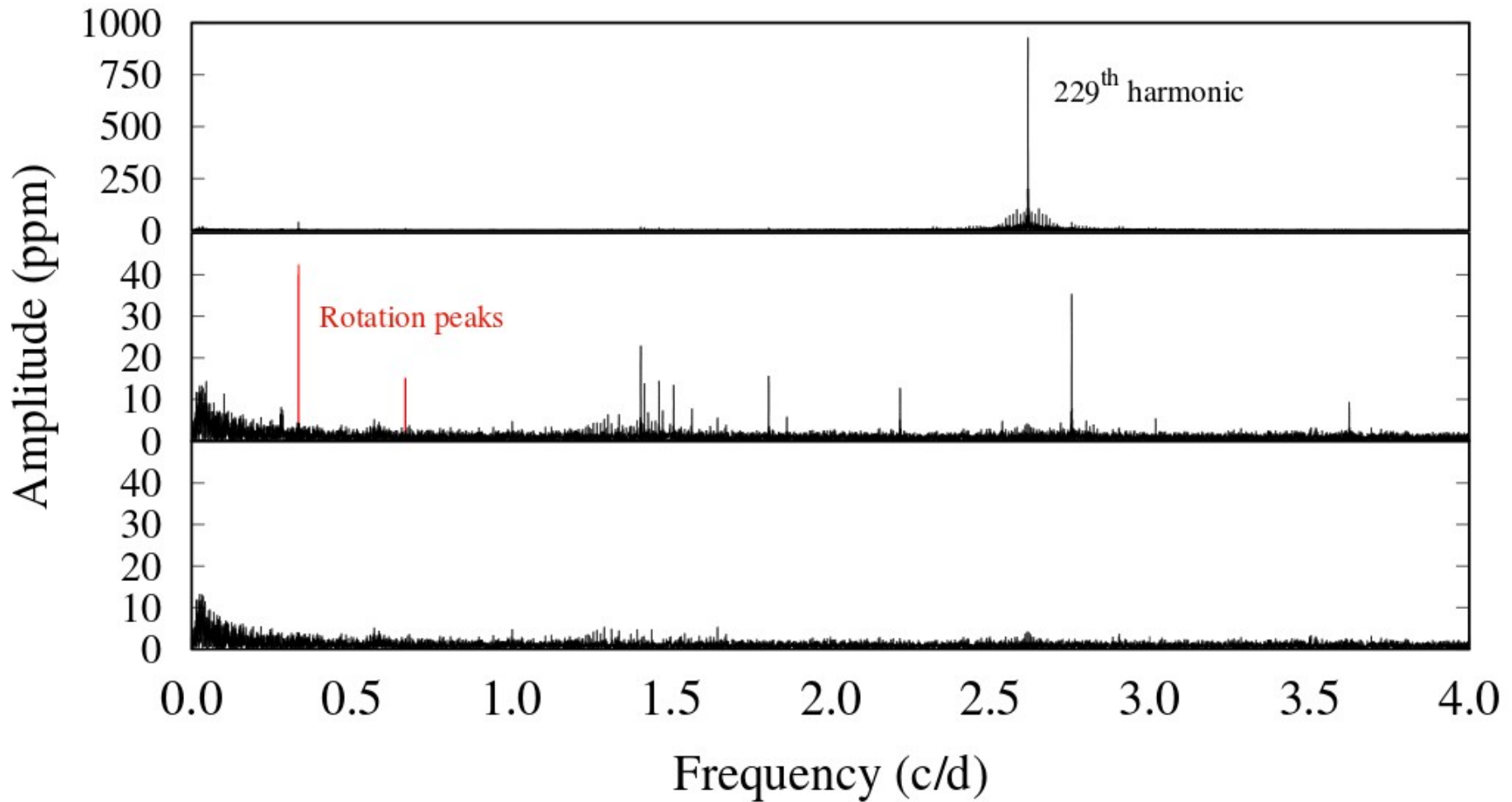
$$P_{\text{puls}} = 1/229 P_{\text{orb}}$$

Pulsacje wymuszone



Prędkości radialne KIC 8164262.

Pulsacje wymuszone



Analiza Fouriera obserwacji fotometrycznych KIC 8164262.

U góry główny mod pulsacji.

Na środku po usunięciu głównego modu i zmian orbitalnych w okolicy peryastronu: widać inne wymuszone pulsacje (wszystkie z wyjątkiem czerwonych są wielokrotnością okresu orbitalnego). Czerwone to zapewne rotacja gwiazdy.

Porównując okres rotacyjny z vsini ze spektroskopii określono nachylenie osi rotacji:)

Na dole po usunięciu wszystkich zmienności do 4 μ mag.

Metoda Baadego-Wesselinka

Odległość do gwiazd pulsujących można wyznaczyć bez znajomości zależności okres-jasność!!!

Strumień promieniowania docierający od gwiazdy do obserwatora zależy od:

- odległości
- rozmiaru gwiazdy
- jasności powierzchniowej (zależnej od temperatury efektywnej)
- ekstynkcji międzygwiazdowej

Pomijając ekstynkcję mamy:

$$S_{\lambda}(t) = \frac{R^2(t)}{d^2} F_{\lambda}(T_{eff}(t))$$

Znając F możemy więc interpretować zmiany jasności jako zmiany promienia.

Metoda Baadego-Wesselinka

Mając n pomiarów jasności mamy zawsze $n+1$ niewiadomych:

$$\frac{S_1}{F_1} = \frac{R_1^2}{d^2} \quad \frac{S_2}{F_2} = \frac{R_2^2}{d^2}$$

A co by było gdybyśmy dodatkowo znali absolutną zmianę promienia w km?

$$\frac{S_1}{F_1} = \frac{R_1^2}{d^2} \quad \frac{S_2}{F_2} = \frac{(R_1 + \Delta R)^2}{d^2}$$

Tylko skąd wziąć absolutne zmiany promienia gwiazdy?

- A. Ze spektroskopii – pomiar prędkości ruchu pow. gwiazdy
- B. Z interferometrii – pomiar rozmiarów kątowych

Metoda Baadego-Wesselinka

Prędkości radialne → całka v_r daje ΔR

Interferometria → zmiany rozmiarów kątowych daje ΔR , a nawet R/d

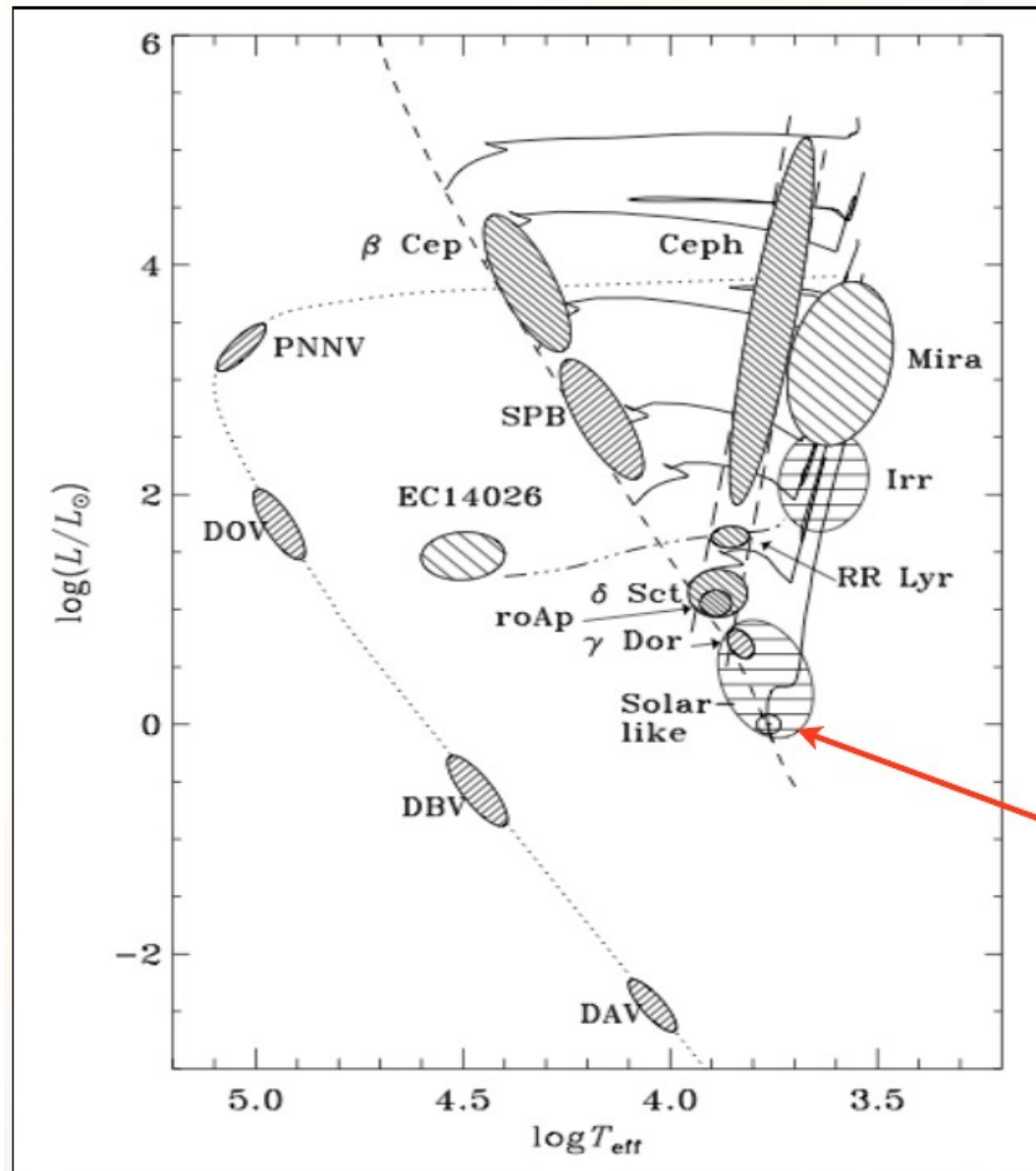
Diabeł tkwi w szczegółach:

Znajomość F jest tylko z ograniczoną dokładnością ze wskaźnika barwy (tu interferometria może pomóc).

Ekstynkcja psuje pomiary strumienia promieniowania.

Prędkości radialne nie dają prawdziwej prędkości powierzchni gwiazdy (p-factor).

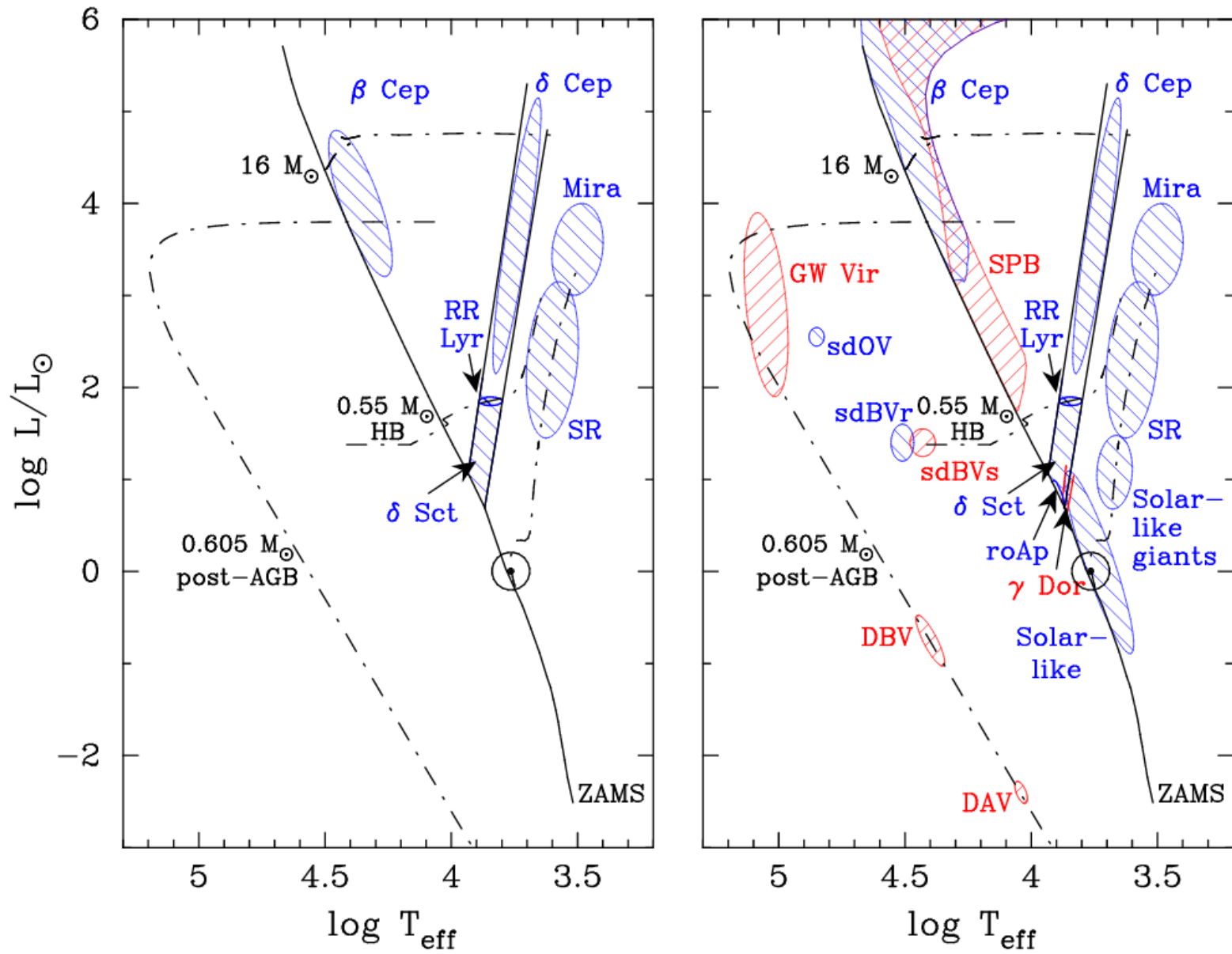
Prawie wszystkie gwiazdy pulsują



Słońce

Mody p \\\, mody g ///.

Name	Approx. Periods	Discovery/Definition
Mira variables	100 - 1000 d	Fabricius (1596)
Semiregular (SR) variables	20 - 2000 d	Herschel (1782)
δ Cephei stars	1 - 100 d	1784, Pigott, Goodricke (1786)
RR Lyrae stars	0.3 - 3 d	Fleming (1899)
δ Scuti stars	0.3 - 6 h	Campbell & Wright (1900)
β Cephei stars	2 - 7 h	Frost (1902)
ZZ Ceti stars (DAV)	2 - 20 min	1964, Landolt (1968)
GW Virginis stars (DOV)	5 - 25 min	McGraw et al. (1979)
Rapidly oscillating Ap (roAp) stars	5 - 25 min	1978, Kurtz (1982)
V777 Herculis stars (DBV)	5 - 20 min	Winget et al. (1982)
Slowly Pulsating B (SPB) stars	0.5 - 3 d	Waelkens & Rufener (1985)
Solar-like oscillators	3 - 15 min	Kjeldsen et al. (1995)
V361 Hydrae stars (sdBVr)	2 - 10 min	1994, Kilkenney et al. (1997)
γ Doradus stars	0.3 - 1.5 d	1995, Kaye et al. (1999)
Solar-like giant oscillators	1 - 18 hr	Frandsen et al. (2002)
V1093 Herculis stars (sdBVs)	1 - 2 hr	Green et al. (2003)
Pulsating subdwarf O star (sdOV)	1 - 2 min	Woudt et al. (2006)



Gwiazdy pulsujące znane w latach 70-tych i znane w roku 2012.

