

Astrofizyka IV

# **Wnętrza, ewolucja i pulsacje gwiazd.**

Krzysztof Kamiński

## Temat wykładu



Transport energii

W poprzednim (dość długim) odcinku

Średnia droga swobodna fotonu jako uzasadnienie LTE

Całki gazowe:  $n$ ,  $U$  oraz  $P$ .

Relatywistyczny i nierelatywistyczny związek  $P$  z  $U$  dla gazu doskonałego.

Mieszanka gazów doskonałych: średnia masa atomowa  $\mu$ .

Gaz zdegenerowany: relatywistyczne i nierelatywistyczne równanie stanu.

Ciśnienie promieniowania.

Adiabatyczny wykładnik  $\gamma_{\text{ad}}$  oraz adiabatyczny gradient temperatury  $\nabla_{\text{ad}}$ .

Jonizacja, jonizacja ciśnieniowa i jej wpływ na powyższe parametry.

Inne efekty wpływające na równania stanu:  
oddziaływania kulombowskie, krystalizacja, kreacja par.

## Kilka pytań (z odpowiedziami)

**Dlaczego gwiazdy zdegenerowane i planety mogą być stabilne hydrostatycznie gdy są chłodne, a np. gwiazdy ciągu głównego nie?**

Gdyż ciśnienie materii zdegenerowanej nie zależy od temperatury.

**Dla jakich gwiazd przybliżenie gazu doskonałego jest niewystarczające? Dlaczego?**

Dla białych karłów, gwiazd neutronowych, mało masywnych gwiazd ciągu gł. ( $P_{\text{deg}}$ ).

Dla wyjątkowo masywnych gwiazd ciągu głównego ( $P_{\text{rad}}$ ).

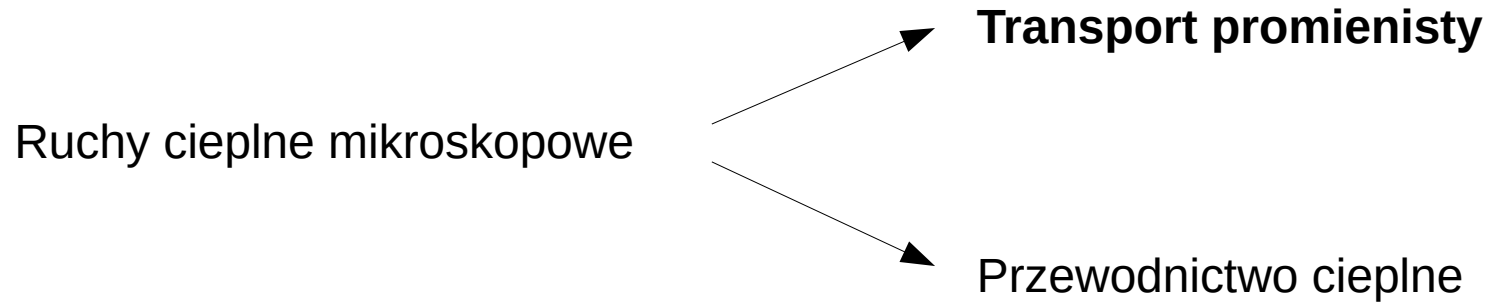
**Dlaczego adiabatyczna kompresja gazu częściowo zjonizowanego prowadzi do mniejszego wzrostu temperatury niż dla gazu obojętnego lub całkowicie zjonizowanego?**

Gdyż znaczna część dostarczonej energii zużywana jest do zwiększenia stopnia jonizacji, a jedynie pozostała do zwiększenia temperatury.

**Czemu w mieszaninie elektronów i jonów w TE elektrony degenerują się jako pierwsze?**

W tej samej temperaturze jony mają taką samą średnią energię kinetyczną, czyli znacznie większe pędy. Potrzebna jest więc znacznie większa gęstość, by zaczął być istotny zakaz Pauliego.

## Rodzaje transportu energii w gwiazdach



Ruchy cieplne makroskopowe - konwekcja

By wydostać się na powierzchnię gwiazdy

foton potrzebuje  $\sim 10^6$  lat.

neutrino potrzebuje  $\sim$  kilka sekund.

## Równanie równowagi termicznej

Na wykładzie nr 2 rozważaliśmy bilans energetyczny gwiazdy jako całości, zakładając że znajduje się ona w równowadze hydrostatycznej podczas której obowiązuje twierdzenie o wiriale, które dla gazu doskonałego przyjmuje postać:

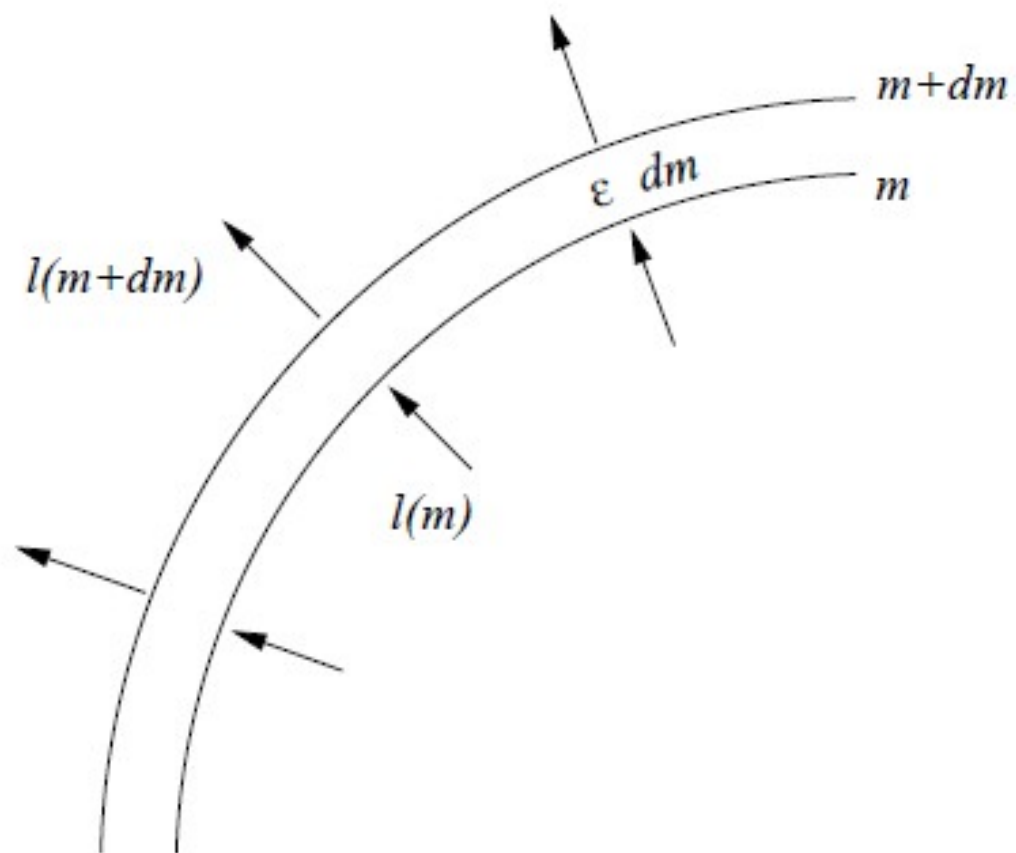
$$E_{wewn} = -\frac{1}{2} E_{pot}$$

Można było z tego wyprowadzić np. termiczną skalę czasu:

$$t_{KH} = \frac{E_{wewn}}{L} \approx \frac{|E_{pot}|}{2L} \approx 1.5 \cdot 10^7 \left( \frac{M}{M_{sun}} \right)^2 \frac{R_{sun}}{R} \frac{L_{sun}}{L} \quad \text{lat}$$

Teraz spróbujmy rozważyć bilans energetyczny na poziomie lokalnym – w cienkiej sferycznej warstwie we wnętrzu gwiazdy.

## Równanie równowagi termicznej



## Równanie równowagi termicznej

Z zasad termodynamiki mamy zmianę energii wewn. gazu na jednostkę masy:

$$\delta u = \delta q + \frac{P}{\rho} \delta \rho$$

zmiana w krótkim interwale czasu  $\delta t$

kompresja dostarcza energii,  
ekspansja ją ujmuje

Ciepło (energia przekazana z lub do) powłoki we wnętrzu gwiazdy między  $(m)$  a  $(m + dm)$ :

$$\delta Q = \delta q dm$$

Źródła i straty energii wewnętrznej w danej warstwie, mające wkład w  $\delta Q$ :

$\epsilon_{nuk}$  - tempo produkcji energii nuklearnej

$\epsilon_v$  - tempo utraty energii unoszonej przez neutrina

$l = 4 \pi r^2 F$  - lokalna dzielność promieniowania,  
ciepło generowane w kierunku na zewnątrz danej warstwy,  
zwykle  $l > 0$ , ale zdarzają się wyjątki, kiedy? (chłodzenie neutrinami)  
( $F$  – strumień promieniowania  $\text{erg/cm}^2$ )

Na powierzchni gwiazdy  $l=L$ . W środku gwiazdy  $l=0$ .



## Równanie równowagi termicznej

Bilans zysków i strat całkowitej energii wewnętrznej w danej warstwie gwiazdy ze względu na ciepło, w czasie  $\delta t$  możemy więc zapisać jako:

$$\delta Q = \epsilon_{nuk} dm \delta t - \epsilon_v dm \delta t + l(m) \delta t - l(m+dm) \delta t$$

energia jądrowa  
dostarczona lokalnie  
w danej warstwie

energia uniesiona  
przez neutrina  
wyprodukowane  
podczas syntezy  
jądrowej  
w danej warstwie

energia dostarczona  
od spodu warstwy  
poprzez różne  
formy transportu  
energii  
( $\approx$  energia jądrowa  
wyprodukowana  
we wszystkich  
warstwach poniżej)

energia uniesiona  
ponad górną  
powierzchnię warstwy  
poprzez różne  
formy transportu  
energii

## Równanie równowagi termicznej

$$\delta Q = \epsilon_{nuk} dm \delta t - \epsilon_v dm \delta t + l(m) \delta t - l(m+dm) \delta t$$

Ponieważ:  $l(m+dm) = l(m) + (dl/dm) dm$

$$\delta q = \delta Q / dm = (\epsilon_{nuk} - \epsilon_v - dl/dm) \delta t$$

Co ostatecznie daje:  $\delta t \rightarrow dt$

$$\frac{dl}{dm} = \epsilon_{nuk} - \epsilon_v - \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\frac{dl}{dm} = \epsilon_{nuk} - \epsilon_v + \epsilon_{gr}$$

Trzecie  
główne  
równanie  
budowy  
wnętrza  
gwiazdy!

# Równanie równowagi termicznej

$$\frac{dl_1}{dm} \left[ \frac{J}{s \cdot kg} \right]$$

$$\frac{dl_2}{dm} \left[ \frac{J}{s \cdot kg} \right]$$

gaz  
(łatwopalny)

$$\epsilon_{nuk} > 0$$

$$\epsilon_v < 0$$

$$\epsilon_{gr} < 0$$

$$\epsilon_{gr} < 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} > 0$$

$$\frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} < 0$$

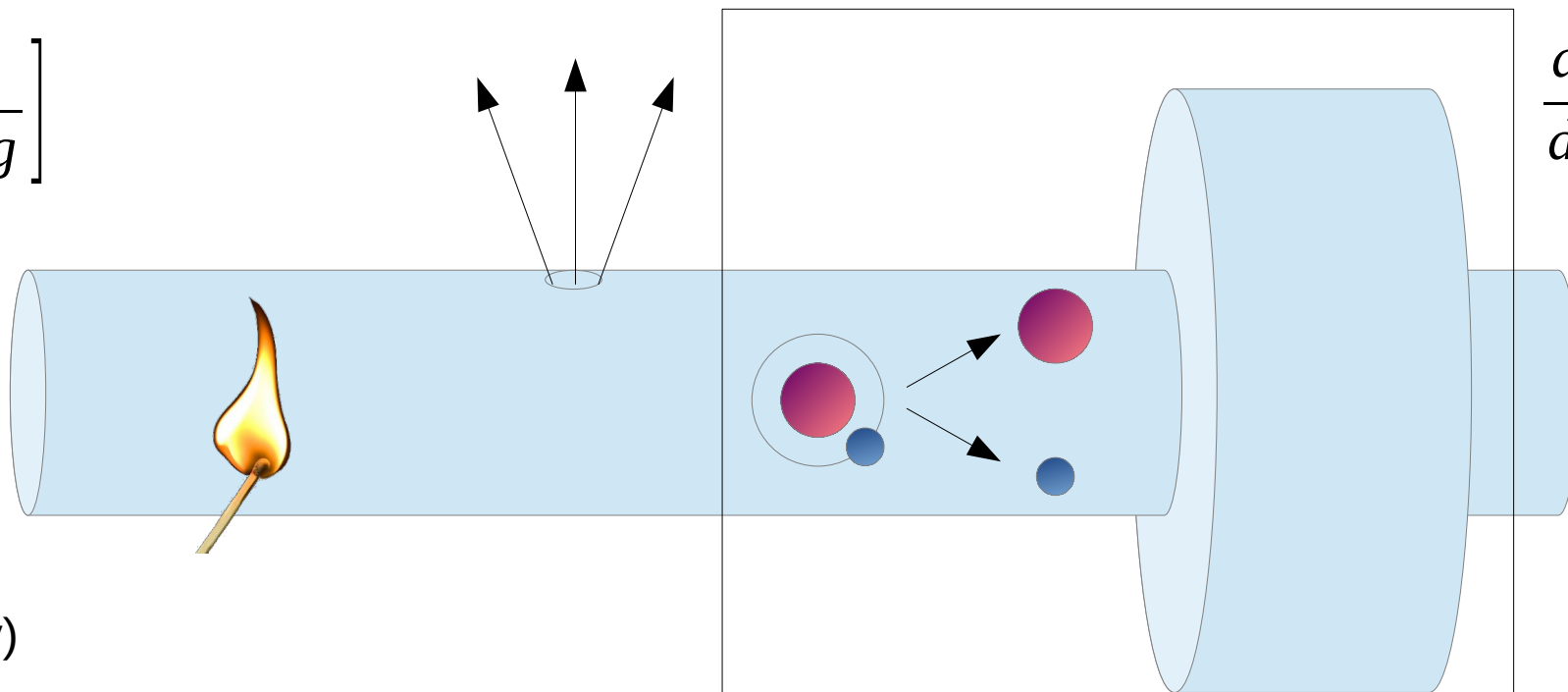
uwalniamy  
energię  
nuklearną  
gazu

uciekają  
neutrino

gaz pobiera  
energię  
z otoczenia  
podczas  
jonizacji

gaz pobiera  
energię  
z otoczenia  
podczas  
rozprężania

procesy  
niestacjonarne  
wymagające  
ingerencji  
z zewnątrz



## Równanie równowagi termicznej

Wyrazy w których jest pochodna po czasie oznacza się zbiorczo jako  $\epsilon_{gr}$ :

$$\epsilon_{gr} = -\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -T \frac{\partial s}{\partial t}$$

- tempo zmiany en. na jednostkę masy,  
w wyniku transportu ciepła lub pracy,  
s – entropia specyficzna gazu [erg/(g·K)]  
czyli entropia na jednostkę masy

Jeśli:  $\epsilon_{gr} > 0$  powłoka uwalnia energię (np. podczas kurczenia),

Jeśli:  $\epsilon_{gr} < 0$  powłoka zyskuje energię (np. podczas pęcznienia),

W równowadze termicznej pochodne po czasie znikają:

$$\epsilon_{gr} = 0 \quad \text{więc} \quad \frac{dl}{dm} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_v$$

Wówczas całkowita moc promieniowania gwiazdy L wynosi:

$$L = \int_0^M \epsilon_{nuc} dm - \int_0^M \epsilon_v dm \equiv L_{nuc} - L_v$$

Rozważmy teraz poszczególne procesy transportu energii.

Rozpoczynamy od transportu promienistego.

Jak pokazaliśmy w wykładzie nr 3 średnia droga swobodna fotonu jest rzędu  $\sim 1\text{mm}$ .

Typowy względny gradient temperatury na tym odcinku wynosi  $\Delta T/T \sim 10^{-11}$ , co oznacza niemal idealną TE. Ta minimalna odchyłka od TE okazuje się wystarczająca, by transport energii przez fotony był wydajny.

Wyobraźmy sobie element powierzchni we wnętrzu gwiazdy, ustawiony poziomo. W każdej sekundzie dokładnie ta sama ilość fotonów przekracza go w górę i w dół:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{6} n \bar{v}$$

Jest tak ponieważ średnia prędkość ruchu izotropowych fotonów o średniej prędkości  $v$  w jednej osi wynosi:  $1/3 \bar{v}$ , a tylko połowa z nich przechodzi w jedną stronę.

## Transport promienisty

Choć dokładnie tyle samo fotonów przekracza naszą powierzchnię graniczną w obydwie strony, to niosą one minimalnie inną energię w zależności od kierunku w którym ją przekraczają.

Cząstki podróżujące w górę mają nadmiar energii względem otoczenia wynoszący:

$$\delta U = -(dU/dz)l$$

a cząstki podróżujące w dół:  $-\delta U$

Wypadkowy strumień energii przenoszony przez fotony wynosi więc:

$$F = \frac{1}{6} \bar{v} \delta U - \left( -\frac{1}{6} \bar{v} \delta U \right)$$

Co można uogólnić w 3D do postaci:

$$\vec{F} = -D \vec{\nabla} U \quad \text{gdzie} \quad D = \frac{1}{3} \bar{v} l$$

## Transport promienisty

Przyjrzyjmy się równaniu na strumień energii transportowanej przez fotony na jednostkę powierzchni, na jednostkę czasu:

$$\vec{F} = -\frac{1}{3} \bar{v} l \vec{\nabla} U$$

Ponieważ:  $\vec{\nabla} U = (\partial U / \partial T)_V \vec{\nabla} T = C_V \vec{\nabla} T$

stałość objętości wynika z tego, że pomijamy zmiany ze względu na pracę

$$dU = \delta Q - P dV$$

Otrzymujemy:

$$\vec{F} = -K \vec{\nabla} T \quad \text{gdzie} \quad K = \frac{1}{3} \bar{v} l C_V$$

Jest to klasyczne równanie przewodnictwa cieplnego!

Transport promienisty w warunkach LTE można więc przybliżyć prostym opisem przewodnictwa cieplnego.

## Transport promienisty

Z poprzednich wykładów wiemy, że dla gazu fotonowego:

$$\bar{v} = c \quad U = a T^4 \quad C_V = dU/dT = 4aT^3 \quad l_{ph} = \frac{1}{\kappa \rho}$$

Więc 
$$F_{rad} = -K_{rad} \nabla T = -\frac{1}{3} \bar{v} l C_V \nabla T = -\frac{4}{3} \frac{c a T^3}{\kappa \rho} \nabla T$$

A ponieważ, jak pamiętamy: 
$$F_{rad} = l/4 \pi r^2$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3 \kappa \rho}{16 \pi a c T^3} \frac{l}{r^2}$$

Równanie transportu promienistego można więc zapisać jako:

$$\frac{dT}{dm} = -\frac{3 \kappa}{64 \pi^2 a c T^3} \frac{l}{r^4}$$



Równanie transportu promienistego:

$$\frac{dT}{dm} = - \frac{3 \kappa}{64 \pi^2 a c T^3} \frac{l}{r^4}$$

Równanie to nie obowiązuje na powierzchni gwiazdy, gdyż tam nie ma LTE.

W równowadze hydrostatycznej mamy:

$$\frac{dT}{dm} = \frac{dP}{dm} \frac{dT}{dP} = - \frac{G m}{4 \pi r^4} \frac{T}{P} \frac{d \log T}{d \log P}$$

Możemy więc wprowadzić bezwymiarowy, promienisty gradient temperatury:

$$\nabla_{rad} = \left( \frac{d \log T}{d \log P} \right)_{rad} = \frac{3}{16 \pi a c G} \frac{\kappa l P}{m T^4}$$

Jest to gradient temperatury niezbędny by przetransportować cały lokalny strumień energii  $l$  w warstwie o ciśnieniu  $P$ , temperaturze  $T$  znajdującej się w równowadze hydrostatycznej. Gradient  $T$  względem głębokości wyrażonej przez ciśnienie.

## Transport promienisty a nieprzezroczystość



## Średnia nieprzezroczystość Rosselanda

W dotychczasowych rozważaniach uwzględnialiśmy jedynie całkowity strumień promieniowania  $I$  lub  $F$ , który musi być całkowany po wszystkich częstościach. Aby zastosować dotychczasowe wzory w praktyce trzeba uwzględnić zmienność współczynnika nieprzezroczystości.

Spoiler: sprowadza się to do zastąpienia go odpowiednio wyliczoną średnią:)

Jak pamiętamy strumień promieniowania zależy od gradientu temperatury:

$$F_{rad} = \frac{4}{3} \frac{c a T^3}{\kappa \rho} \nabla T$$

A ponieważ:  $dU/dT = 4aT^3$

$$F_{\nu} = -\frac{c}{3\kappa_{\nu}\rho} \frac{\partial U_{\nu}}{\partial T} \nabla T$$

Ponieważ  $F_{\nu} d\nu$  jest strumieniem zawartym w przedziale częstości  $\nu$  a  $\nu+\delta\nu$ , więc:

$$F_{rad} = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu = - \left[ \frac{c}{3\rho} \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\nu}} \frac{\partial U_{\nu}}{\partial T} d\nu \right] \nabla T$$

## Średnia nieprzezroczystość Rosselanda

$$K_{rad} = \frac{c}{3\rho} \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\nu}} \frac{\partial U_{\nu}}{\partial T} d\nu$$

$$K_{rad} = \frac{4}{3} \frac{c a T^3}{\kappa \rho}$$

$$\frac{1}{\kappa_{Ross}} = \frac{1}{4 a T^3} \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\nu}} \frac{\partial U_{\nu}}{\partial T} d\nu$$

Definicja średniej ważonej: 
$$\bar{x} = \frac{\int_a^b f(x) w(x) dx}{\int_a^b w(x) dx}$$

Zauważmy błyskotliwie, że: 
$$\int_0^{\infty} \frac{\partial U_{\nu}}{\partial T} d\nu = 4 a T^3$$

Jest to więc średnia przezroczystość  $(1/\kappa)$  ważona funkcją  $\frac{\partial U_{\nu}}{\partial T}$

Innym wariantem jest średnia nieprzezroczystość Plancka, w której ważenie przezroczystości  $(1/\kappa)$  odbywa się bezpośrednio gęstością energii promieniowania, jednak w astrofizyce ten sposób nie jest wykorzystywany.

## Przewodnictwo cieplne

Dlaczego futro, albo styropian są dobrymi izolatorami termicznymi?



## Przewodnictwo cieplne

Zazwyczaj (dla gazu doskonałego) przewodnictwo cieplne można pominąć, gdyż jest w nim zanedbywalnie mało kolizji cząstek, ponieważ:

$$l_{\text{cząstka}} \ll l_{ph}$$

$$v_{\text{cząstka}} \ll c$$

Inaczej jest w przypadku gazu zdegenerowanego:

$$v_{\text{cząstka}} \uparrow$$

← dlaczego?

ponieważ wymuszone są wyższe pędy niż w gazie dosk.

$$l_e \gg l_{ph}$$

← dlaczego?

ponieważ większość „komórek” przestrzeni jest już zajęta a zakaz Pauliego wymaga przebywania tylko w „niezajętych” miejscach

Wówczas możemy zastosować ten sam formalizm opisu co poprzednio trzeba jedynie zdefiniować nieprzezroczystość ze względu na przewodnictwo  $\kappa_p$ :

$$F = F_{rad} + F_{pc} = -\frac{4acT^3}{3\rho} \left( \frac{1}{\kappa_{rad}} + \frac{1}{\kappa_p} \right) \nabla T$$

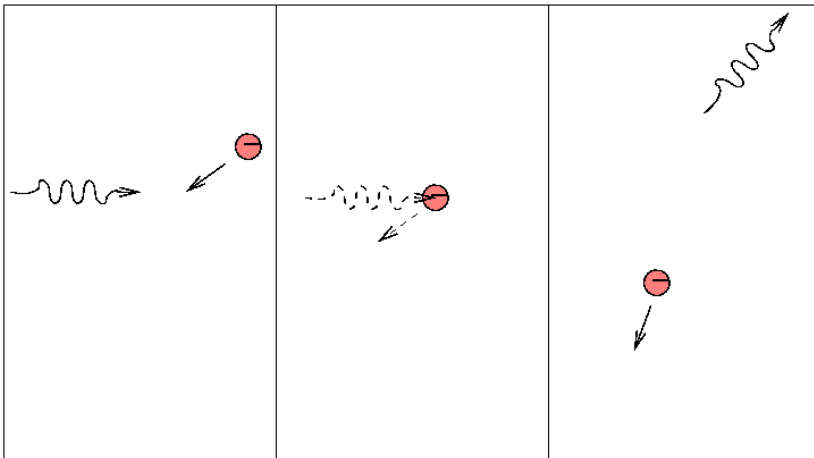
# Źródła nieprzezroczystości

## Rozpraszanie elektronowe

Thomsona:

Elastyczne - niezależne od długości fali.  
Zmienia tylko kierunek.

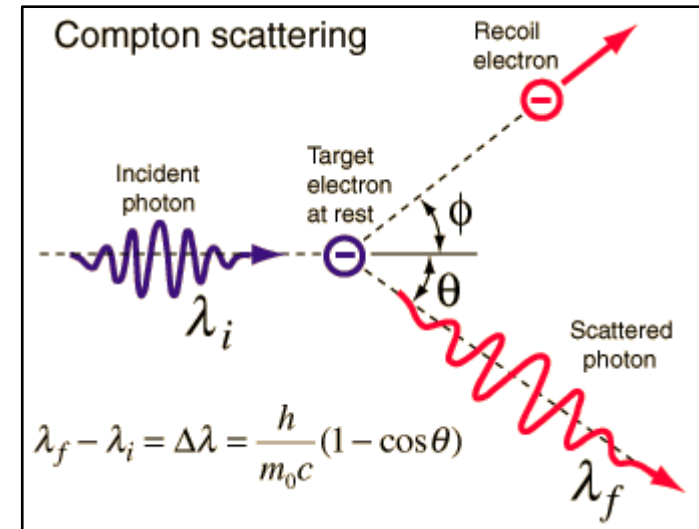
$$h\nu \lesssim 0.1 m_e c^2$$



Comptona:

Nieelastyczne - niezależne od długości fali.  
Zmienia kierunek i częstotliwość fali.

$$h\nu \gtrsim 0.1 m_e c^2 \quad T > 10^8 K$$



W gwiazdach istotne gdy stopień jonizacji jest dostatecznie duży,  
dla  $T \geq 10^4 K$  oraz  $T < 10^8 K$  w przybliżeniu:

$$\kappa_{es} = 0.20 (1 + X) \quad \text{cm}^2 / g$$

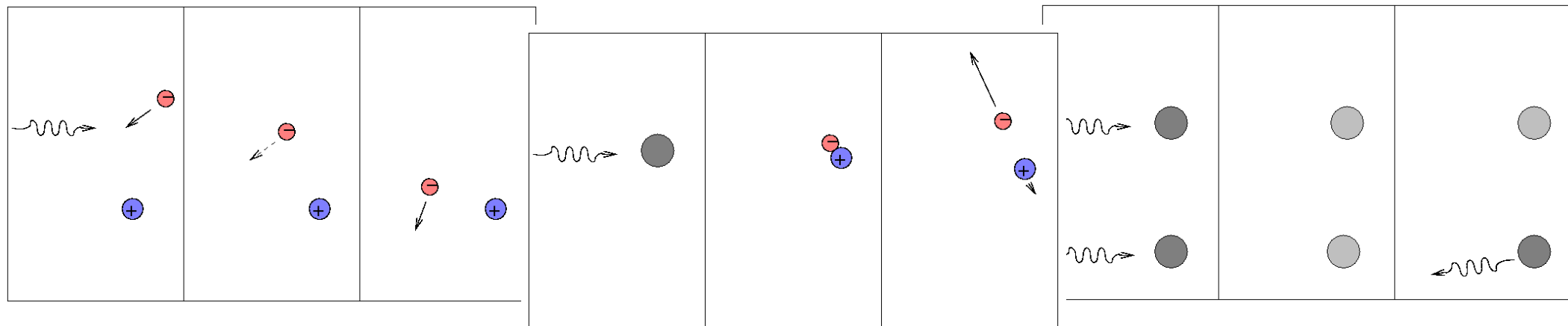
# Źródła nieprzezroczystości

## Absorpcja atomowa

**free-free**  
(odwrotne do promieniowania hamowania, niem. *Bremsstrahlung*)

**bound-free**  
(jonizacja)  
istotne tylko gdy fotony mają dostateczną energię a więc gdy  $T > 10^4 \text{K}$

**bound-bound**  
(pochłanianie)  
istotne gdy  $T < 10^6 \text{K}$



$\kappa_{\text{Kramers}} \propto \rho T^{-7/2}$  ← to  $\kappa$  już jest uśrednione metodą Rosselanda ( $\kappa_{\nu} \sim \nu^3$ )

$$\kappa_{ff} \approx 3.8 \cdot 10^{22} (1+X) \rho T^{-7/2} \text{ cm}^2/\text{g} \quad \kappa_{bf} \approx 4.3 \cdot 10^{25} (1+X) Z \rho T^{-7/2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

Jak widać BF dominuje nad FF w przybliżeniu gdy  $Z > 10^{-3}$ .



## Dlaczego swobodny elektron nie może zaabsorbować fotonu?

$$\text{Zasada zachowania pędu: } p_e + p_\nu = p_2$$

$$\text{Zasada zachowania energii: } E_e + E_\nu = E_e'$$

Całkowita energia cząstki relatywistycznej:

$$E_e = m_e c^2 = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} + p_\nu c = \sqrt{p_2^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$



$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} + p_2 c - p_e c = \sqrt{p_2^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$



$$(p_2 - p_e)^2 c^2 - (p_2^2 - p_e^2) c^2 + 2(p_2 - p_e) c \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} = 0$$

po dalszych przekształceniach

$$p_2 - p_e = 0$$

$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} - p_e c = 0$$

Pierwsze rozwiązanie łamie zasadę zachowania pędu, drugie wymaga  $m_e = 0$

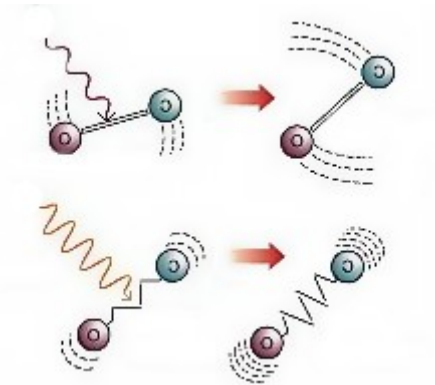
## Źródła nieprzezroczystości

Ujemny jon H (absorpcja typu b-f i b-b)



Neutralny H ulega polaryzacji przez obecność sąsiednich jonów. H<sup>-</sup> ma potencjał polaryzacji  $\sim 0.75$  eV. Efektywny przy niskich temperaturach pomiędzy  $\sim 3000$  K a  $10^4$  K, gdyż jest bardzo „delikatny”.

Absorpcja molekularna i na ziarnach pyłu



Efektywne poniżej  $\sim 4000$  K

Nieprzezroczystość przewodnictwa cieplnego – istotna tylko w gazie zdegenerowanym

Przy dużych  $\rho$  i niskich  $T$  jest znikoma (bo średnia droga swobodna  $e^-$  jest duża) sprawia, że materia zdegenerowana w białych karłach jest praktycznie izotermiczna!

## Źródła nieprzezroczystości

Nieprzezroczystość jest więc skomplikowaną funkcją: temperatury, gęstości i składu chemicznego.

Zaprezentowane przybliżenia nie mają zastosowania praktycznego, gdyż są zbyt uproszczone.

W praktyce interpoluje się tablice nieprzezroczystości przygotowane w projektach OP i OPAL.

## Tablice nieprzezroczystości

Pierwsze tablice nieprzezroczystości powstały w latach 40-tych XX wieku.

Zawierały one informacje o współczynniku nieprzezroczystości związanym z przejściami swobodno-swobodnymi, swobodno-związanymi, rozpraszaniem na elektronach, rozpraszaniem Rayleigha, ujemnym jonem H.

Początkowo zakładano, że nieprzezroczystości te nie mają istotnego wpływu na wartość średniego współczynnika nieprzezroczystości Rosselanda w atmosferach gwiazdowych. Innymi słowy nieprzezroczystość wynikająca z istnienia linii widmowych była traktowana jako zaniedbywalnie mała w porównaniu do ogólnej nieprzezroczystości gazu w kontinuum.

W latach 70-tych pojawiły się tablice z Los Alamos, ale ich użycie – mimo ciągłych poprawek – nadal dawało istotne rozbieżności pomiędzy modelami i obserwacjami.

W latach 80-tych zauważono, że wiele z tych rozbieżności można skorygować za pomocą arbitralnych poprawek wprowadzanych do tablic nieprzezroczystości. To zainicjowało kolejny etap obliczania tablic nieprzezroczystości w projektach OP i OPAL.

## Tablice nieprzezroczystości

OPAL opacity code - Lawrence Livermore National Laboratory

OP - Opacity Project – projekt międzynarodowy

H, He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar, K, Ca, Ti, Cr, Mn, Fe, and Ni

11 523 624 linie widmowe

815 989 przejść fotojonizacyjnych

Średnie nieprzezroczystości z obydwu projektów uważane są za bardzo zgodne, choć istnieją pewne różnice wynikające z różnych metod obliczeń oraz różnych procedur interpolacyjnych.

Mimo to nie udaje się w pełni odtworzyć obserwowanych metodami astroseismologicznymi pulsacji Słońca. Można by je wyjaśnić błędami we współczynnikach nieprzezroczystości, ale wymagane poprawki sięgające 10% wartości z projektów OPAL i OP wydają się nierealistyczne.

# Tablice nieprzezroczystości

1987ApJ...322L.

No. 1, 1987

METAL CONTRIBUTION TO ASTROPHYSICAL OPACITY

L47

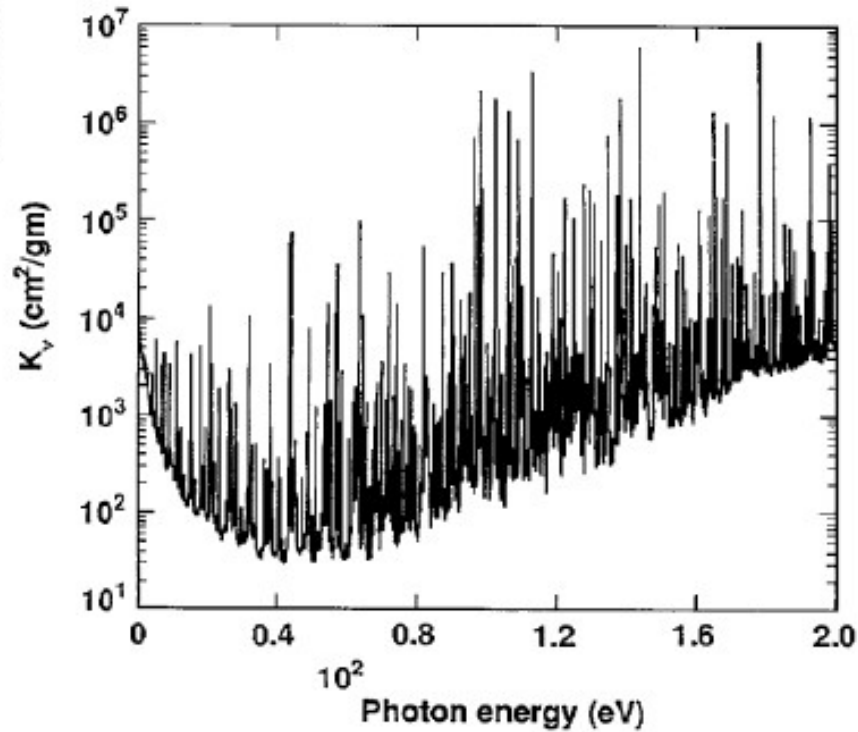


FIG. 1

FIG. 1.—The Los Alamos code (1985 version) results for the photon absorption coefficient as a function of photon energy for Fe at a density of  $6.82 \times 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$  and temperature of 20 eV.

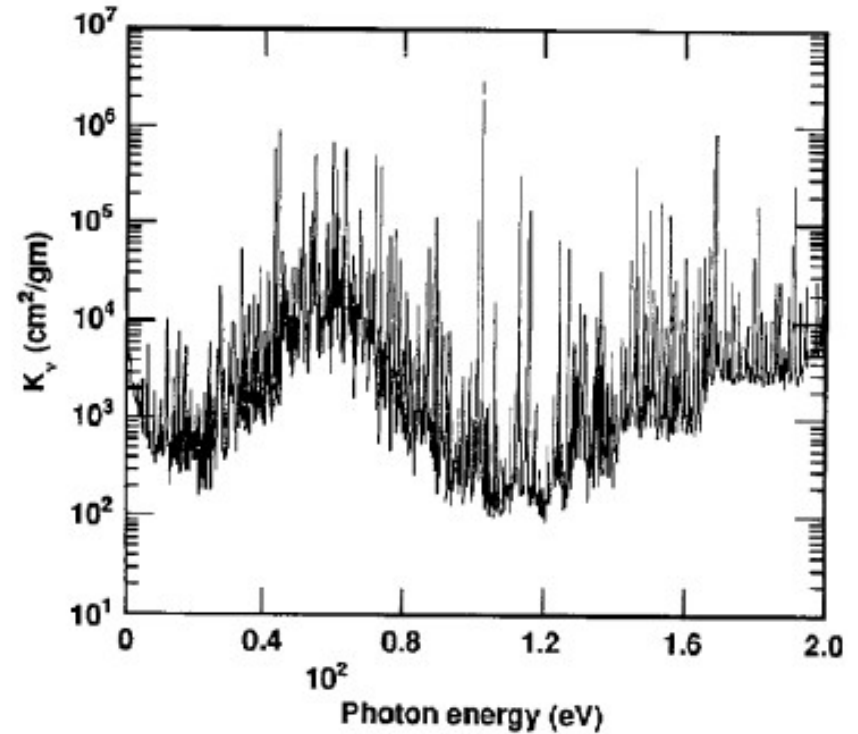
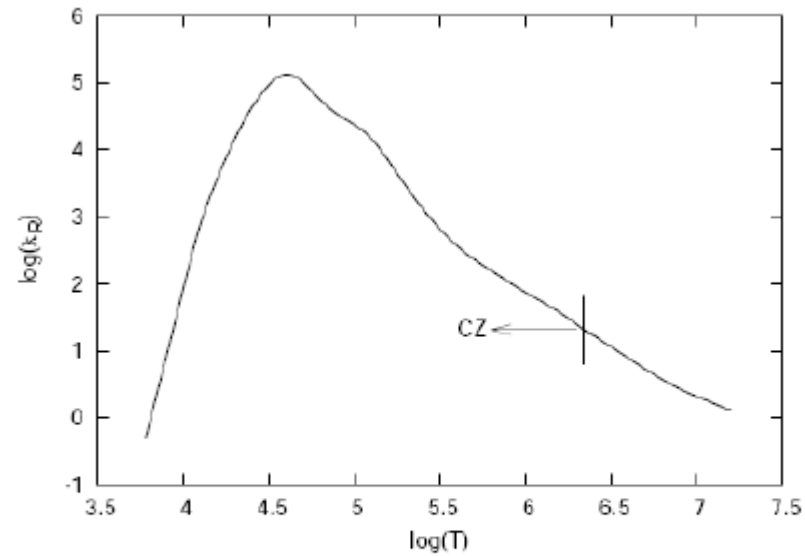
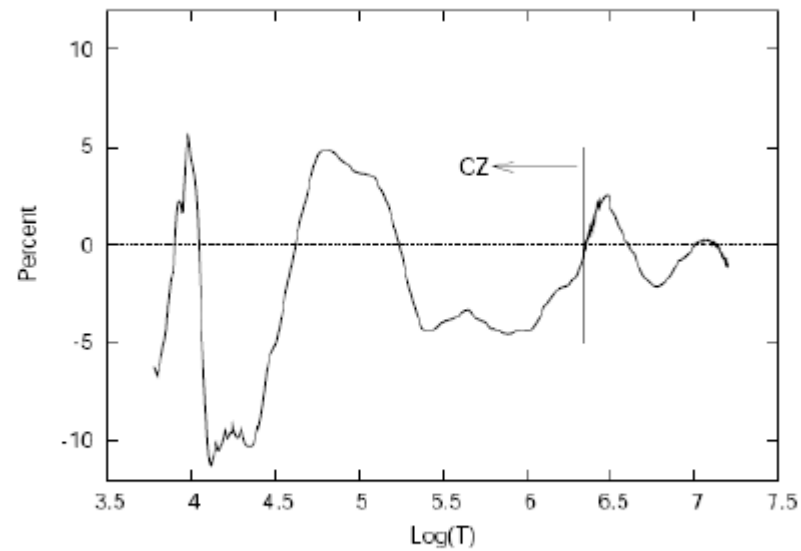


FIG. 2

FIG. 2.—The OPAL results for the photon absorption coefficient as a function of photon energy for the same case as Fig. 1.

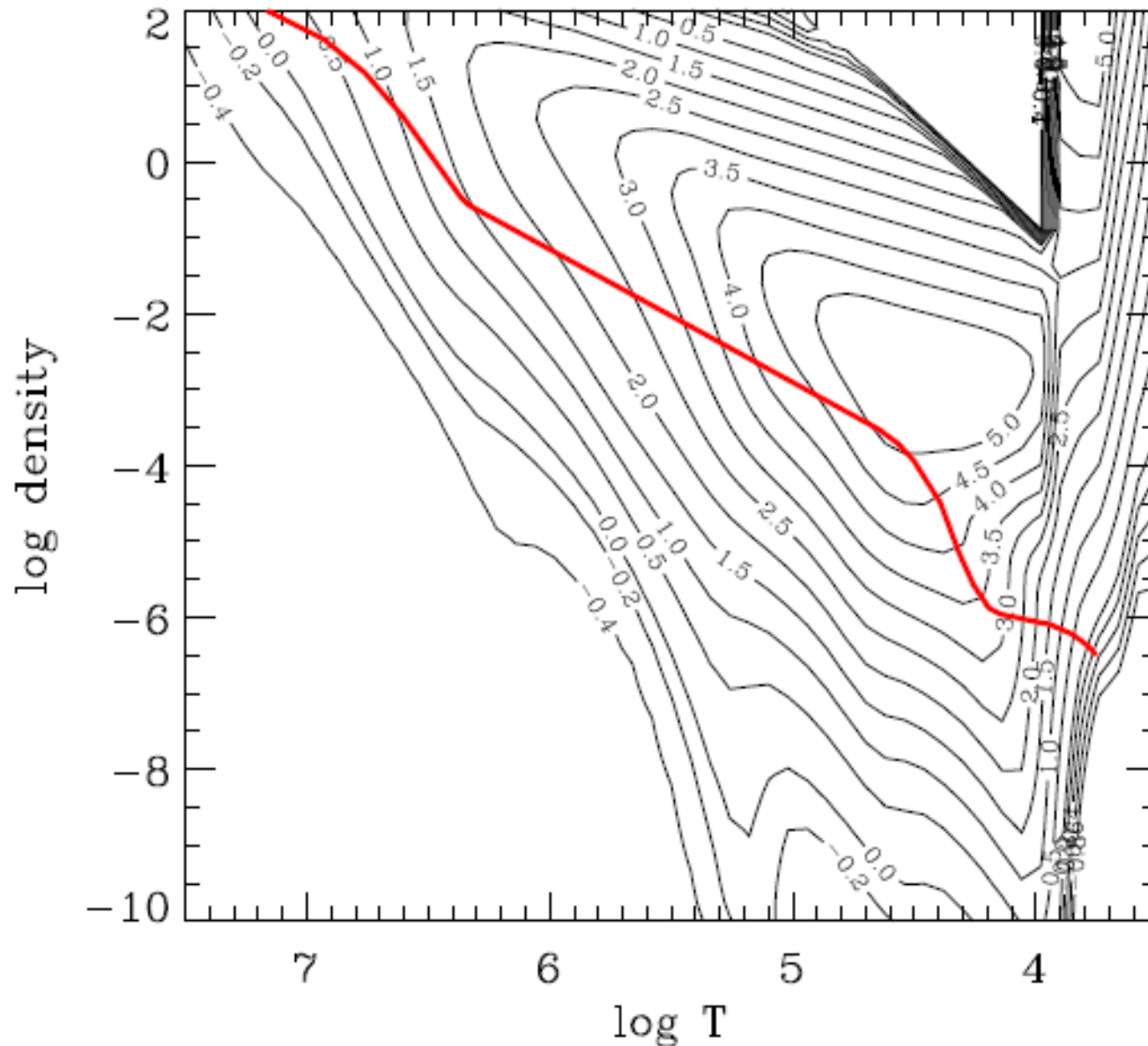


**Figure 6.** Rosseland-mean opacity from OPAL as used in the solar model BP04 of Bahcall and Pinsonneault (2004). The convection zone is the region indicated with  $\log(T) \lesssim 6.34$ .



**Figure 7.** Percentage differences,  $(OP-OPAL)$ , between opacities for a solar model from Bahcall and Pinsonneault (2004). The convection zone is the region with  $\log(T) \lesssim 6.34$ .

## Tablice nieprzezroczystości OPAL i OP



Mapa  $\log \kappa$ . Czerwoną linią zaznaczony jest model wnętrza Słońca.

Lewy-dolny obszar to stała nieprzezroczystość ze względu na rozpraszanie  $e^-$ .

Największa nieprzezroczystość w obszarze  $T = 10^4 - 10^5$  K występuje ze względu na absorpcję f-f i b-f. Dla niższych temperatur H rekombinuje i przezroczystość rośnie, głównym źródłem jest tu ujemny jon H.



## Jasność Eddingtona

Ciśnienie promieniowania:  $P_{rad} = \frac{1}{3} a T^4$

R.t.p.:

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr} \qquad \frac{dT}{dr} = \frac{3 \kappa \rho}{16 \pi a c T^3} \frac{l}{r^2}$$

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\kappa \rho}{4 \pi c} \frac{l}{r^2}$$

R.r.h.:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{G m \rho}{r^2}$$

$$\left| \frac{dP_{rad}}{dr} \right| < \left| \left( \frac{dP}{dr} \right)_{HE} \right| \qquad \frac{\kappa \rho}{4 \pi c} \frac{l}{r^2} < \frac{G m \rho}{r^2}$$

$$l < \frac{4 \pi c G m}{\kappa} = l_{Edd}$$

$$L_{Edd} = \frac{4 \pi c G M}{\kappa}$$

## Jasność Eddingtona

$$L_{Edd} = 3.2 \cdot 10^4 \left( \frac{M}{M_{Sun}} \right) \left( \frac{0.4 \text{ cm}^2 / \text{g}}{\kappa} \right) [L_{Sun}]$$

Dla gwiazd ciągu głównego obowiązuje przybliżona relacja:

$$L \propto M^4$$

Co z tego wynika?

Musi istnieć maksymalna dopuszczalna masa gwiazd ciągu głównego!

Co z tego wynika dla gwiazd populacji III?