

Astrofizyka IV

Wnętrza, ewolucja i pulsacje gwiazd.

Krzysztof Kamiński

Temat wykładu

Produkcja energii we wnętrzu gwiazd

W poprzednim odcinku

Równanie równowagi termicznej.

Równanie transportu promienistego (dyfuzja fotonów).

Średnia nieprzezroczystość Rosselanda.

Nieprzezroczystość ze względu na przewodnictwo.

Źródła nieprzezroczystości w gwiazdach (tablice OPAL i OP).

Jasność Eddingtona.

Stabilność gwiazdy ze względu na konwekcję (kryterium Schwarzschilda i Ledoux)

Konwektywny strumień energii (MLT, superadiabatyczność).

Konwektywna skala czasu; przestrzelanie konwektywne.

Kilka pytań (z odpowiedziami)

Kiedy w gwiazdach pojawia się konwekcja?

Gdy strumień energii jest tak duży, że zgodnie z równaniem transportu promienistego wymagałby gradientu temperatury większego niż adiabatyczny, czyli maksymalny dopuszczalny gradient w równowadze hydrostatycznej.

Czy moc promieniowania gwiazdy zależy od tempa produkcji energii w jej wnętrzu?

Nie bezpośrednio, czego dowodem jest zależność $M^4 \propto L$, którą da się wyprowadzić bez zakładania czegokolwiek o tempie produkcji.

Dla jakich gwiazd najważniejszym mechanizmem transportu energii jest przewodność cieplna? Dlaczego?

Dla gwiazd zbudowanych z gazu zdegenerowanego. Ze względu na zakaz Pauliego średnia droga swobodna elektronów jest bardzo wydłużona.

Dlaczego jasność Eddingtona wyznacza limit masy gwiazd ciągu głównego?

Gdyż dla gwiazd ciągu głównego obowiązuje zależność: jasność \sim masa⁴, a dla jasność Eddingtona obowiązuje zależność: jasność \sim masa.

Historia

Pierwsza sugestia syntezy termojądrowej (1920)
na podstawie pierwszych pomiarów masy cząstek
(Franciszek Aston) oraz słynnego równania Einsteina.



Artur Eddington
(1882-1944)

Analiza prawdopodobieństwa tunelowania
w rozpadzie alfa (1928).



Grzegorz Gamow
(1904-1968)

Propozycja
cyklu reakcji
syntezy w
łańcuchach
p-p i CNO
(1938-39).



Hans Bethe
(1906-2005)

Reakcje termojądrowe

Ogólny wzór reakcji termojądrowej opisujący większość reakcji tego typu ma postać:



Zasada zachowania ładunku:

$$Z_i + Z_j \rightarrow Z_k + Z_l$$

Zasada zachowania liczby barionowej lub masowej (nie masy!):

$$A_i + A_j \rightarrow A_k + A_l$$

Zasada zachowania liczby leptonowej (jeśli w reakcji uczestniczą leptony):

$$L_i + L_j \rightarrow L_k + L_l$$

Zmiana składu chemicznego

Ilość reakcji termojądrowych na sekundę na cm^3 :

$$r_{i,j,k}$$

Tempo zmiany koncentracji n_i – ilości cząstek na cm^3 :

$$\frac{dn_i}{dt} = - \sum_{j,k} r_{ij,k} + \sum_{k,l} r_{kl,i}$$

Ponieważ: $n_i = \frac{X_i \rho}{A_i m_u}$ \longleftrightarrow gęstość danego składnika materii

Tempo zmiany ułamka masowego X_i :

$$\frac{dX_i}{dt} = A_i \frac{m_u}{\rho} \left(- \sum_{j,k} r_{ij,k} + \sum_{k,l} r_{kl,i} \right)$$

Równanie to (zastosowane do pojedynczej warstwy gwiazdowej) nie uwzględnia mieszania materii w wyniku konwekcji.

Produkcja energii termojądrowej

Ogólny wzór reakcji termojądrowej:



Energia wyprodukowana (lub pochłonięta) w pojedynczej reakcji jądrowej (zwykle podawana w MeV):

$$Q_{ij,k} = (m_i + m_j - (m_k + m_l)) c^2 \neq 0$$

Deficyt (lub nadwyżka) masy w zależności od masy jądra, oraz ilości swobodnych protonów i neutronów można wyrazić jako:

$$\Delta m = (A - Z) m_n + Z m_p - m(A_Z)$$

Tempo produkcji energii termojądrowej w ergach na sekundę na gram:

$$\epsilon_{nuk} = \sum_{i,j,k} \epsilon_{ij,k} = \sum_{i,j,k} \frac{Q_{ij,k}}{\rho} r_{ij,k} \longleftrightarrow \text{ilość reakcji na gram}$$

Table 5.1. Masses of several important nuclei

element	Z	A	M/m_u	element	Z	A	M/m_u	element	Z	A	M/m_u
n	0	1	1.008665	C	6	12	12.000000	Ne	10	20	19.992441
H	1	1	1.007825		6	13	13.003354	Mg	12	24	23.985043
	1	2	2.014101	N	7	13	13.005738	Si	14	28	27.976930
He	2	3	3.016029		7	14	14.003074	Fe	26	56	55.934940
	2	4	4.002603		7	15	15.000108	Ni	28	56	55.942139
Li	3	6	6.015124	O	8	15	15.003070				
	3	7	7.016003		8	16	15.994915				
Be	4	7	7.016928		8	17	16.999133				
	4	8	8.005308		8	18	17.999160				

Produkcja energii termojądrowej

Gdy dominuje jedna reakcja wówczas można napisać:

$$\epsilon_{nuk} = \frac{Q}{A_i m_u} \frac{dX_i}{dt}$$

Widzimy, że tempo produkcji energii jest proporcjonalne do tempa zmian składu chemicznego, co się wydaje całkiem logiczne.

Analogicznie, tempo produkcji energii termojądrowej jest proporcjonalne do r (ilości reakcji termojądrowych na sekundę na cm³)

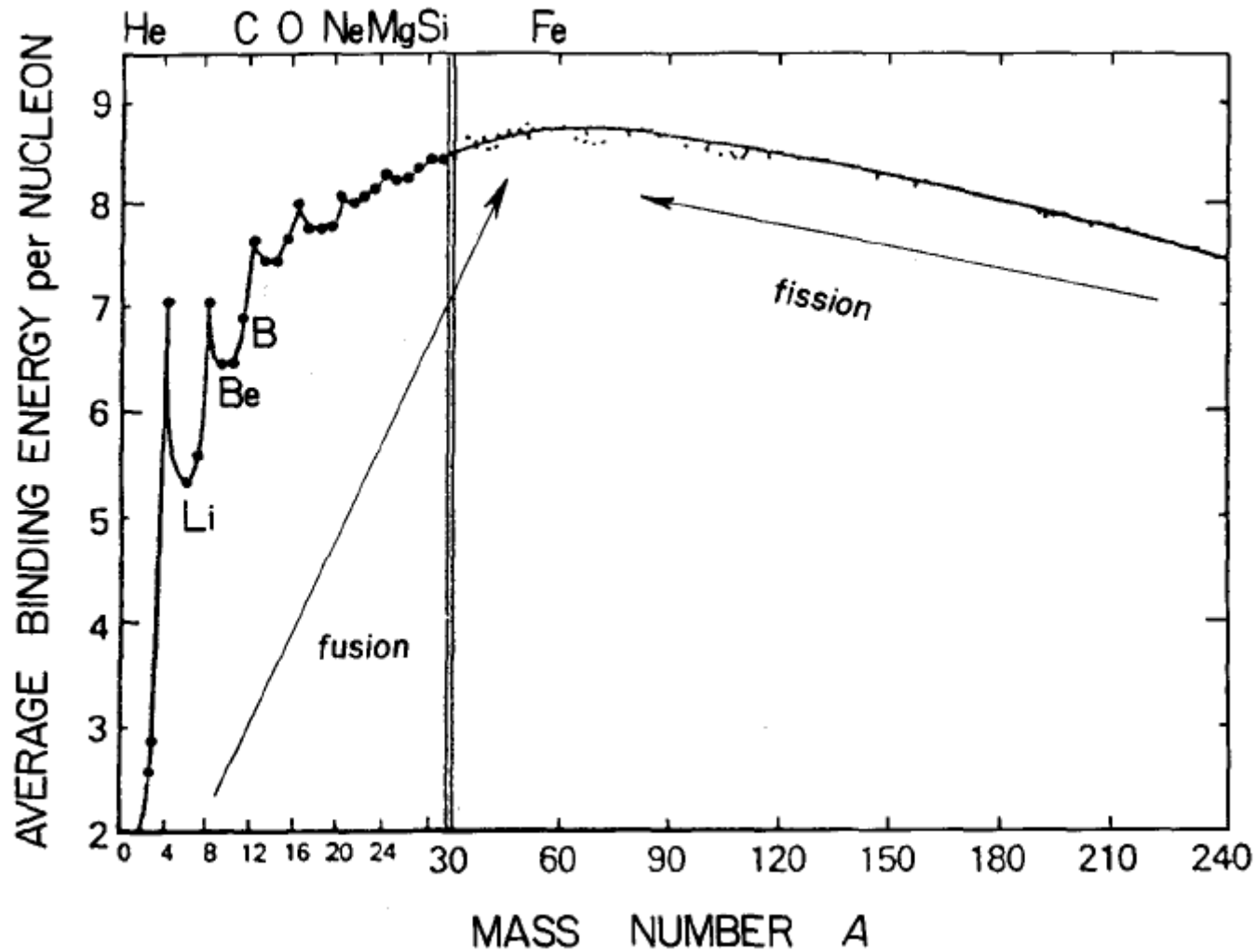
$$\epsilon_{nuk} = \sum_{i,j,k} \frac{Q_{ij,k}}{\rho} r_{ij,k}$$

Jak pamiętamy podobny wzór opisywał zmiany składu chemicznego.

$$\frac{dX_i}{dt} = A_i \frac{m_u}{\rho} \left(- \sum_{j,k} r_{ij,k} + \sum_{k,l} r_{kl,i} \right)$$

Średnia energia wiązania na nukleon

Jest to energia niezbędna do oddzielenia nukleonów w jądrze atomowym od siebie.



Fuzja $H \rightarrow {}^4\text{He}$ daje 5x więcej energii (na nukleon) niż wszelkie fuzje cięższych metali!

Tempo fuzji termojądrowej

Jak wyznaczyć r (ilości reakcji termojądrowych na sekundę na cm^3)?

Tempo fuzji termojądrowej

Tempo syntezy termojądrowej – ilość reakcji na sekundę na cm^3 jest funkcją m.in. prędkości cząstek:

$$r_{i,j}(v) = \frac{1}{1 + \delta_{ij}} n_i n_j v \sigma(v)$$

czynniki: $\frac{1}{1 + \delta_{ij}}$ – czynnik wynoszący $\frac{1}{2}$ gdy $i=j$
 $n_i n_j$ – prędkość względna
 $v \sigma(v)$ – przekrój czynny

Jeśli w LTE rozkład prędkości $\varphi(v)$ wyraża się rozkładem Maxwella-Boltzmannna to również prędkości względne wyrażają się rozkładem M-B:

$$\varphi(v) = 4 \pi v^2 \left(\frac{m}{2 \pi k T} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{m v^2}{2 k T} \right)$$

gdzie m jest masą zredukowaną:

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Tempo fuzji termojądrowej

$$r_{i,j} = \int_0^{\infty} r_v dv$$

$$r_{i,j} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} n_i n_j \int_0^{\infty} \varphi(v) v \sigma(v) dv$$

ang. reactivity

$$r_{i,j} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} n_i n_j \langle v \sigma(v) \rangle$$

$$\langle v \sigma(v) \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} \sigma(E) E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE$$

Widzimy, że zależność tempa fuzji $r_{i,j}$ od prędkości względnej oznacza zależność od temperatury i przekroju czynnego, który też zależy od temperatury (E – energia kinetyczna w układzie związanym ze środkiem masy pary reagujących cząstek).

Tempo fuzji termojądrowej

Określenie przekroju czynnego reakcji syntezy jest kluczowe dla wyznaczenia tempa reakcji termojądrowych r (ilości reakcji termojądrowych na sekundę na cm^3).

Jest to skomplikowane m.in. ze względu na:

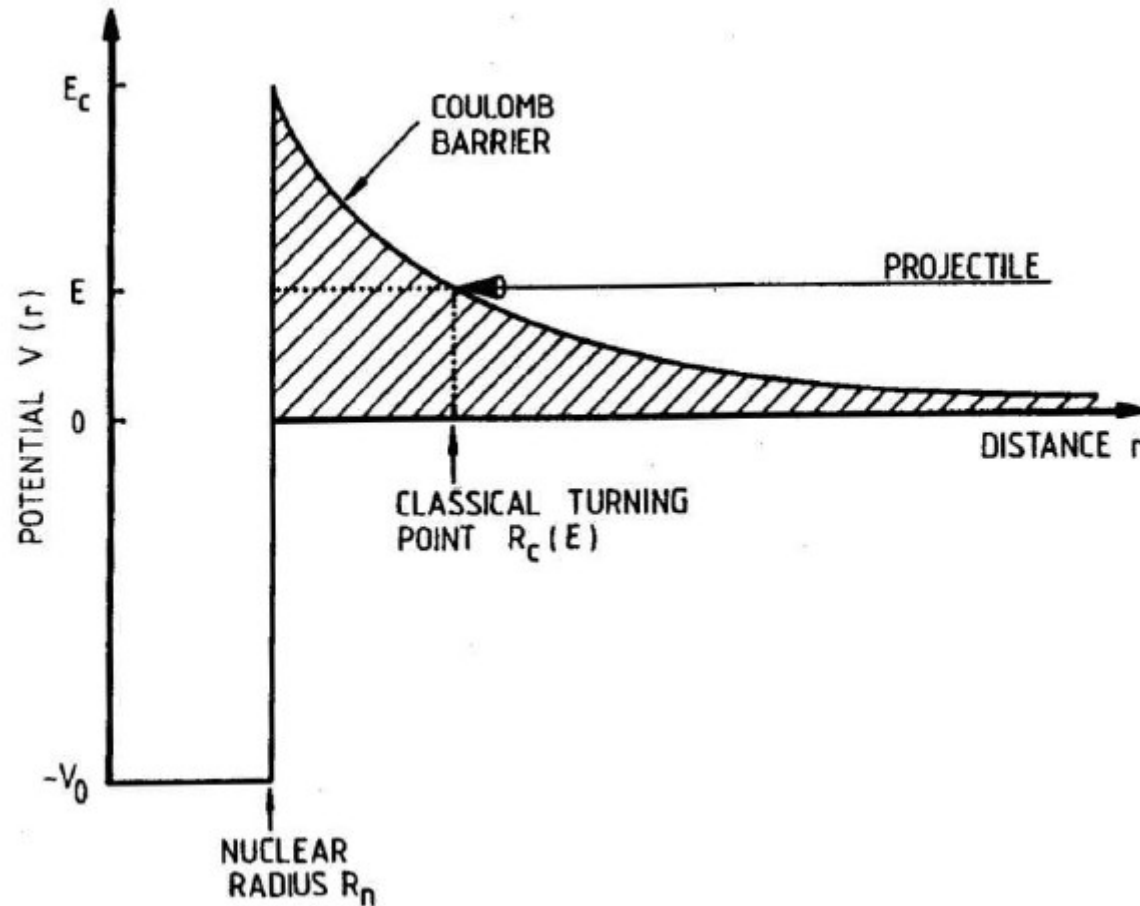
tunelowanie,

rezonanse (zależne od własności jąder atomowych),

różne typy oddziaływań w danej reakcji (elektrostatyczne, silne, słabe).

W praktyce stosuje się ekstrapolacje pomiarów laboratoryjnych, z dużych energii (które dają mierzalne przekroje czynne) do małych energii (przy których zachodzą reakcje we wnętrzach gwiazd).

Bariera Coulomba



$$E_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \sim \text{MeV}$$

Potencjał Coulomba
w odległości $r=10^{-13}$ cm.

$$E_k = 3/2 kT \sim \text{keV}$$

Energia kinetyczna
w temp. 10^7 K.

Tunelowanie

Ułamek cząstek o energiach większych niż $E_c \sim ZZ_e/r^2$
zgodnie z rozkładem Maxwella dla $T \sim 10^7$ K oraz $r \sim 10^{-13}$ cm:

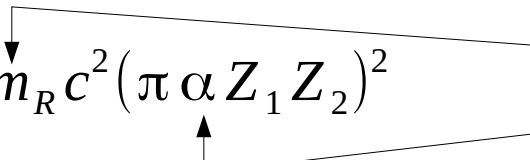
$$\frac{n_{E>E_c}}{n} \approx e^{-1000} \approx 10^{-430}$$

Prawdopodobieństwo tunelowania jest rosnącą funkcją E:

$$P = \exp\left(-\frac{b}{\sqrt{E}}\right) = \exp\left(\sqrt{\frac{E_G}{E}}\right)$$

Energia Gamowa: $E_G = 2 m_R c^2 (\pi \alpha Z_1 Z_2)^2$

masa zredukowana
stała struktury subtelnej

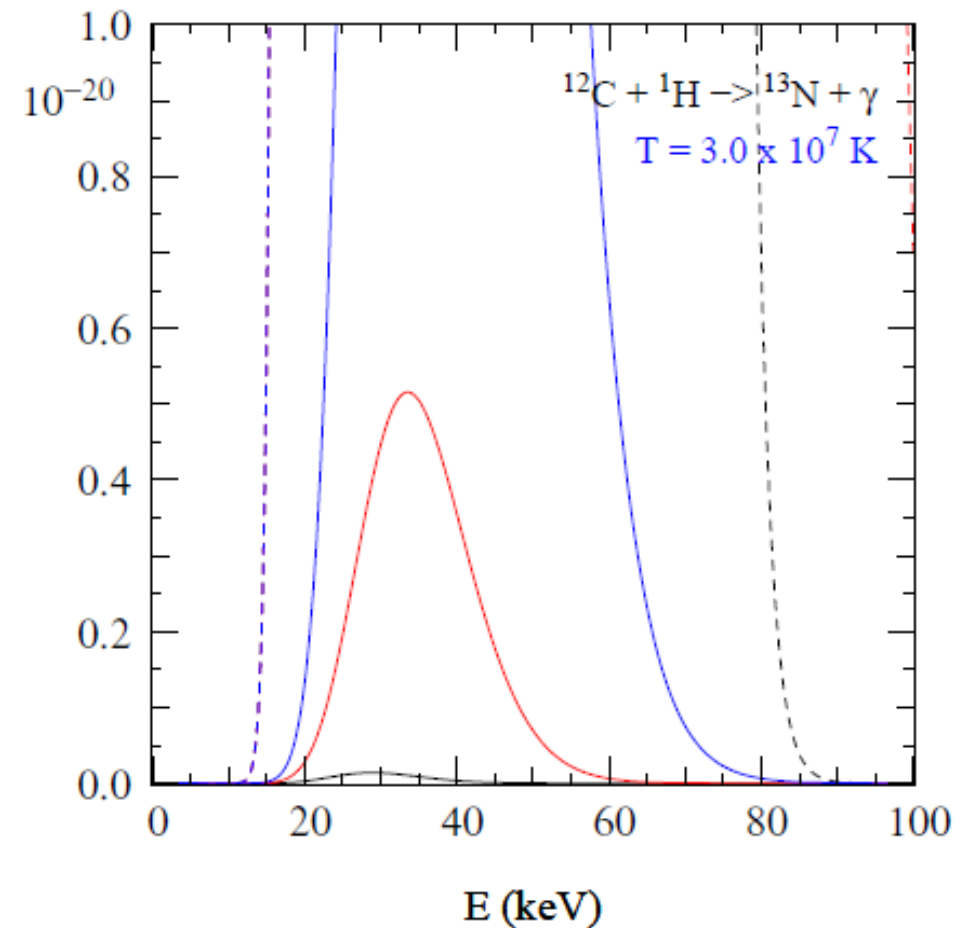
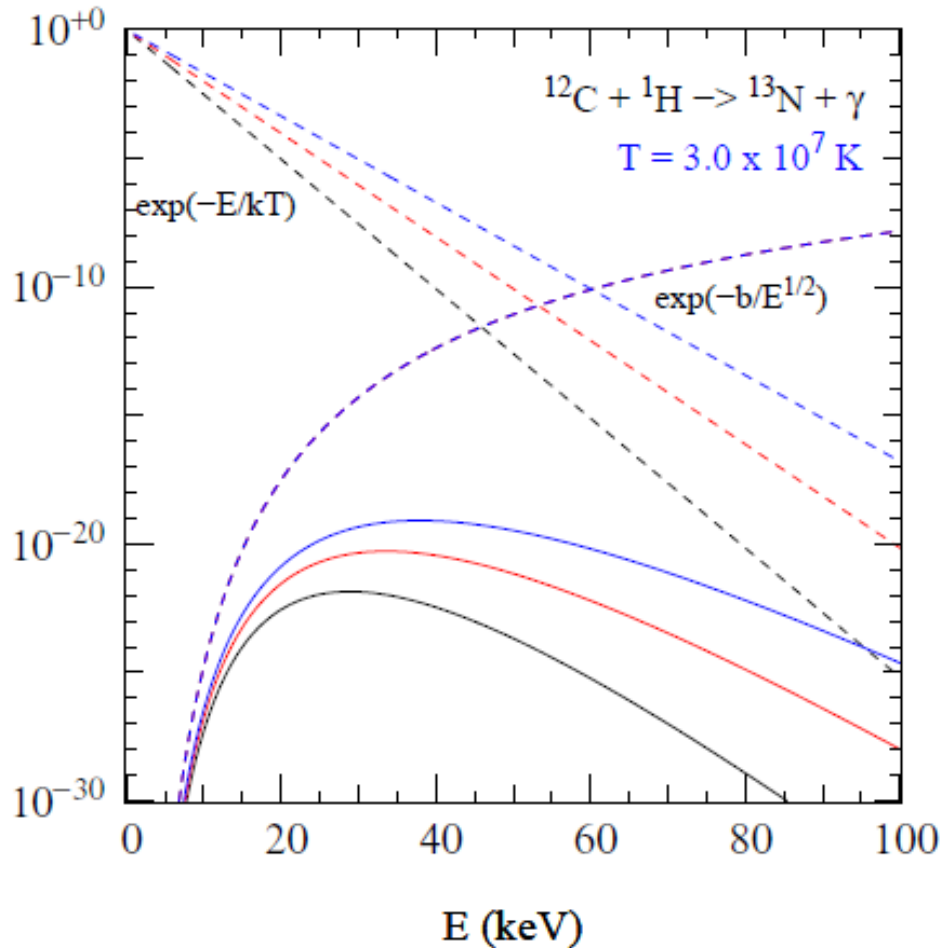


Wysokoenergetyczny ogon rozkładu energii Maxwella jest malejącą funkcją E:

$$f_E \propto \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

Połączenie tych dwóch efektów sprawia, że prawdopodobieństwo syntezy jest najpierw rosnącą, a potem malejącą funkcją energii kinetycznej cząstek.

Funkcja Gamowa (Gamow peak)



Z lewej w skali logarytmicznej, z prawej w skali liniowej.
 Linie przerywane – funkcje prawdopodobieństwa tunelowania
 oraz rozkładu M-B. Linia ciągłą = funkcja Gamowa.

Okno Gamowa – zakres energii w których zachodzi większość reakcji.

Funkcja Gamowa (Gamow peak)

Przybliżona postać funkcji Gamowa: ←

$$r_{i,j}(v) = \frac{1}{1 + \delta_{ij}} n_i n_j \langle \sigma v \rangle$$

$$\langle v \sigma(v) \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} (kT)^{-3/2} \int_0^\infty S(E) \exp\left(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{\sqrt{E}} \right) dE$$

S(E) to tzw. astrofizyczny współczynnik przekroju czynnego (astrophysical cross-section factor), który zawiera wszystkie nieuwzględnione w równaniu efekty i jest bardzo trudny do wyznaczenia teoretycznego.

Funkcja Gamowa (Gamow peak)

Maksimum funkcji Gamowa wynosi więc:

$$E_{max} = \left(\frac{1}{2} b k T \right)^{2/3} = 5.66 \left(Z_i^2 Z_j^2 A \left(\frac{T}{10^7 K} \right)^2 \right)^{1/3} \text{ keV}$$

W temperaturach $\sim 10^7$ K:

$$E_{max} = 10\text{-}30 \text{ keV, a } \text{śr. en. kin. } 1\text{-}2 \text{ keV}$$

Tempo reakcji termojądrowych:

Spada wraz ze wzrostem bariery Coulomba (stała b we wzorze).

Rośnie z temperaturą.

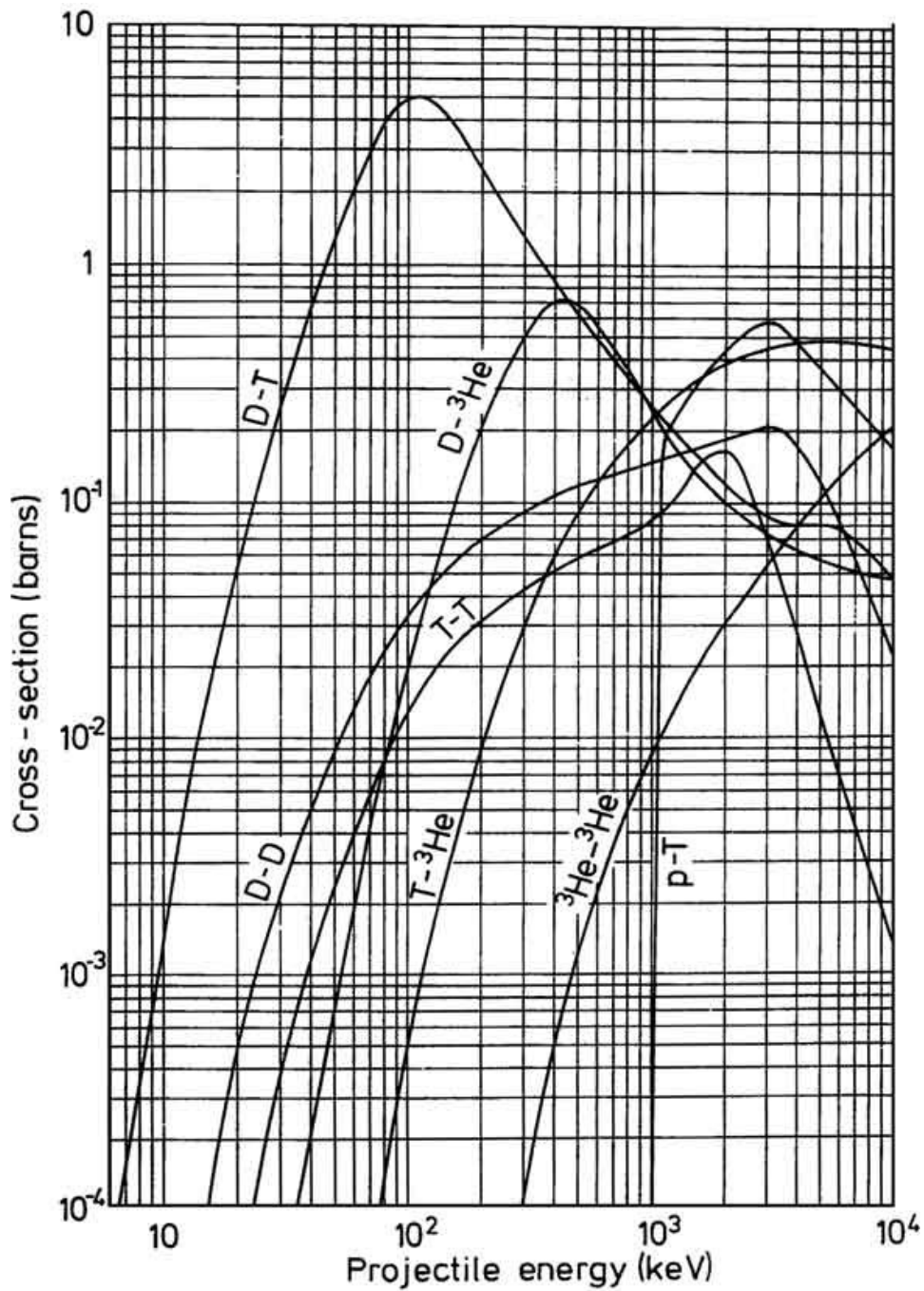
Można je przybliżyć funkcją potęgową dla danej temperatury.

Funkcja Gamowa (Gamow peak)

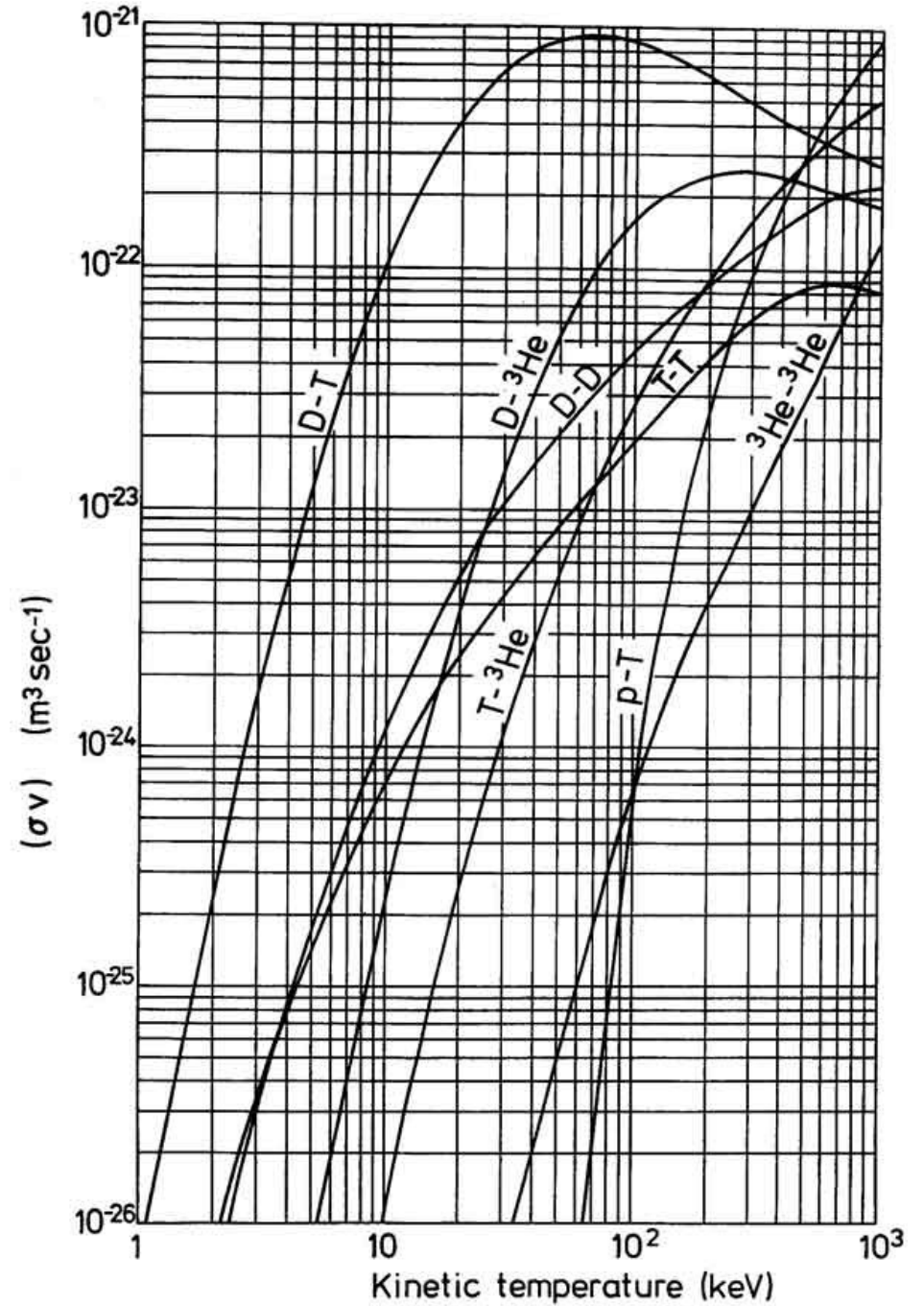
example ($T = 1.5 \cdot 10^7 K$):

reaction	$\langle \sigma v \rangle \propto$	E_C
p + p	$T^{3.9}$	0.55 MeV
p + ^{14}N	T^{20}	2.27 MeV
α + ^{12}C	T^{42}	3.43 MeV
^{16}O + ^{16}O	T^{182}	14.07 MeV

Silna separacja temperaturowa reakcji z udziałem różnych cząstek.
W danej temperaturze zachodzi niewiele reakcji na raz.



Przekrój czynny reakcji syntezy



Tempo reakcji syntezy

Reakcje p-p

Choć we wnętrzach gwiazd może zachodzić wiele różnych reakcji termojądrowych równocześnie, sytuacja się upraszcza gdyż:

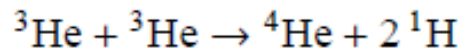
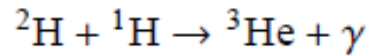
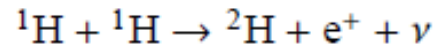
- reakcje te zależą silnie od temperatury, więc syntezy różnych pierwiastków występują zwykle w wąskich i dobrze odseparowanych zakresach temperatur
- tylko nieliczne reakcje dają istotny wkład w tempo produkcji energii i tempo zmiany składu chemicznego
- w łańcuchu reakcji jest zwykle jedna reakcja, która stanowi wąskie gardło i decyduje o tempie syntezy w całym łańcuchu



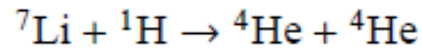
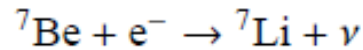
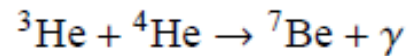
Ponieważ jednoczesna reakcja z udziałem 4 p jest niezwykle mało prawdopodobna, musimy rozważać cykle reakcji złożone z różnych etapów pośrednich.

Reakcje p-p

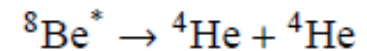
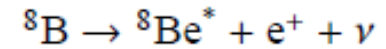
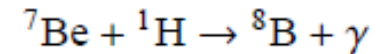
Pierwsza reakcja wymaga jednoczesnego rozpadu beta jednego z protonów.
Prawdopodobieństwo jest tak małe, że nie da się zmierzyć i znamy je tylko z teorii.



ppI



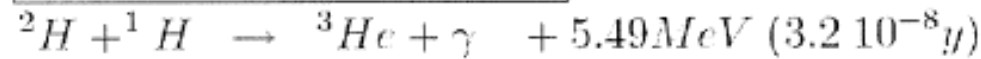
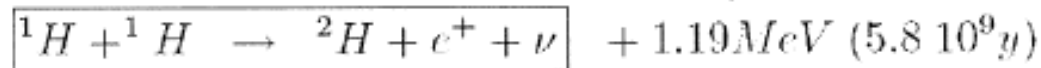
ppII



ppIII

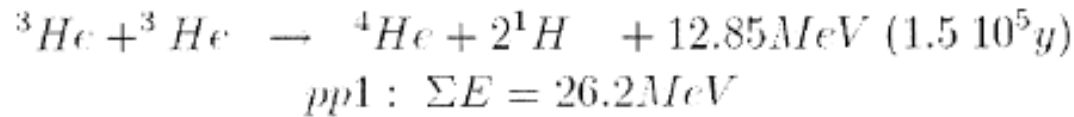


$$\frac{Q_{ppI}}{m({}^4\text{He})} = 6.4 \cdot 10^{18} \text{ erg/g}$$



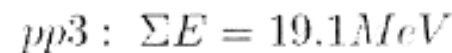
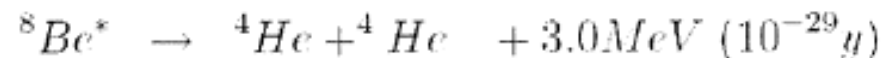
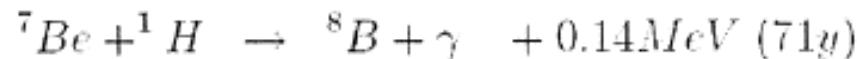
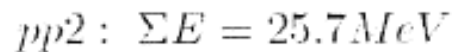
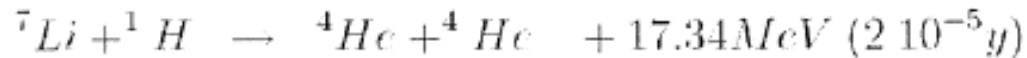
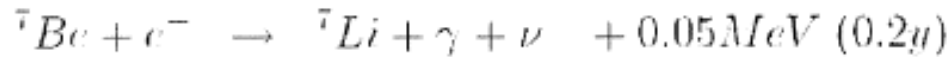
69%

31%



99.7%

0.3%



Ze względu na zmienne proporcje udziału poszczególnych gałęzi komplikuje się zależność wydajności energetycznej Q od temperatury.

Mimo znikomego udziału produkcja energii znacząca, bo jest tu produkcja neutrin o dużych energiach.

Energia produkowana w cyklu p-p to zawsze 26.7 MeV na ${}^4\text{He}$.
Z tej energii część ucieka w postaci neutrin (lista poniżej), a część ogrzewa gaz.

Energy production by pp chain

Neutrino release:

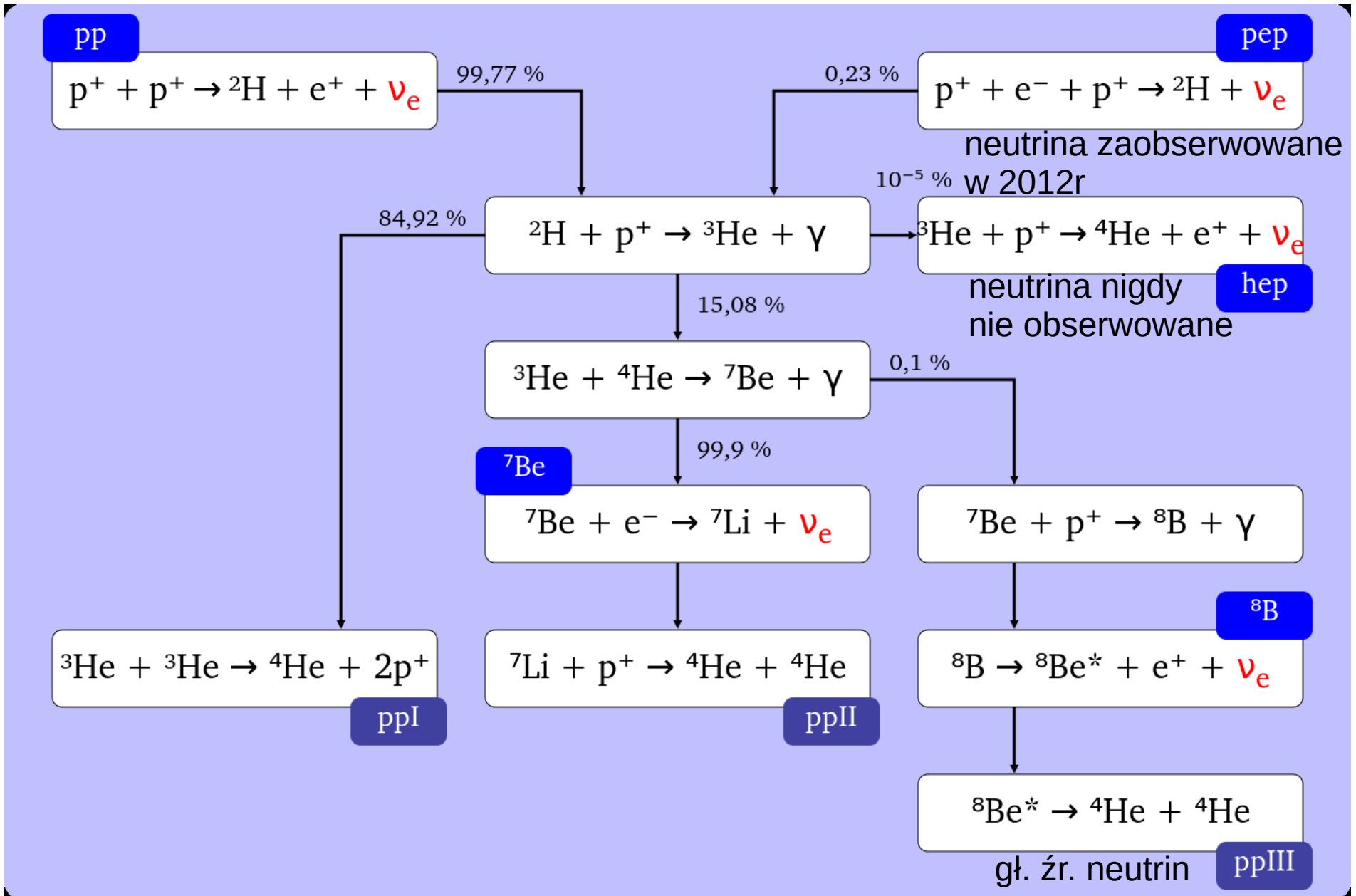
ppI: 0.53 MeV per ${}^4\text{He}$

ppII: 0.81 MeV per ${}^4\text{He}$

ppIII: 6.71 MeV per ${}^4\text{He}$

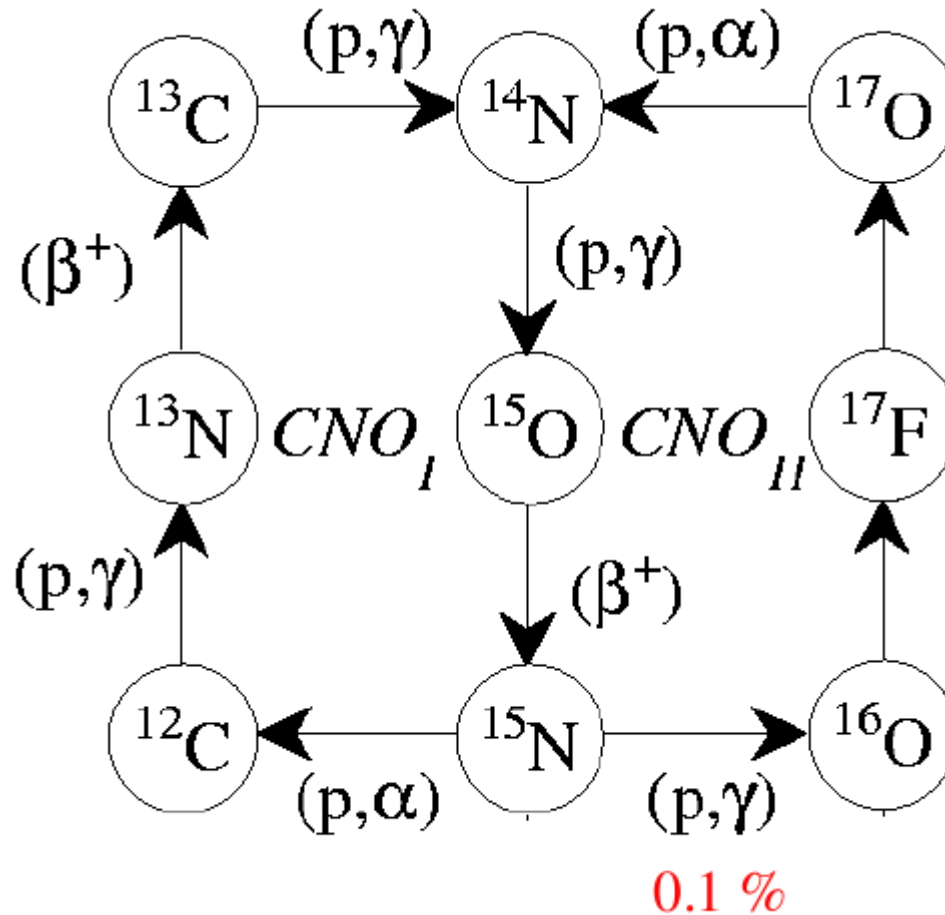
⇒ effective Q value depends on temperature

Reakcje p-p



p-e-p (proton–electron–proton) oraz he-p (helium–proton)

Cykl CNO



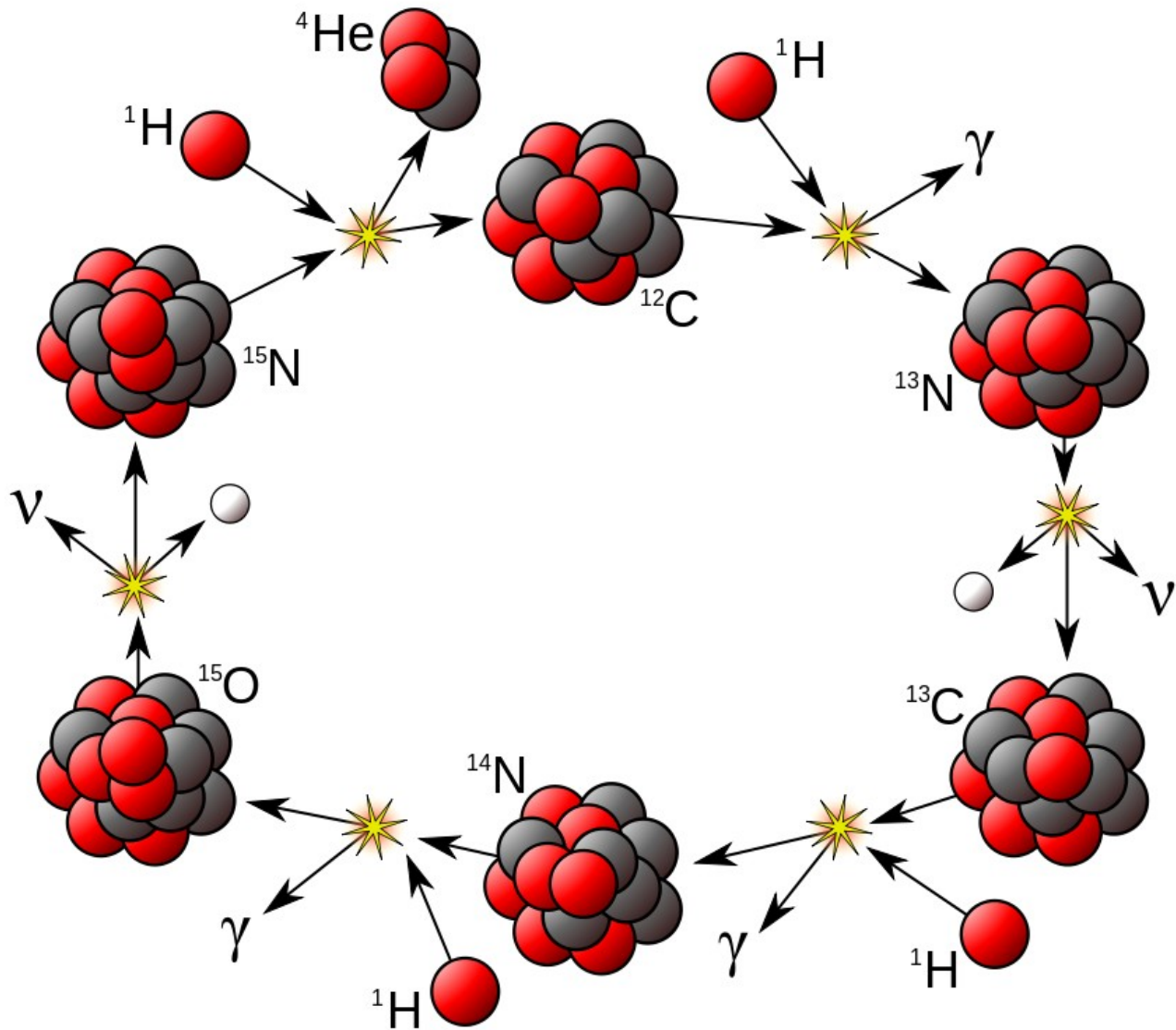
Proporcje C-N-O się zmieniają, ale całkowita suma tych jąder jest stała.






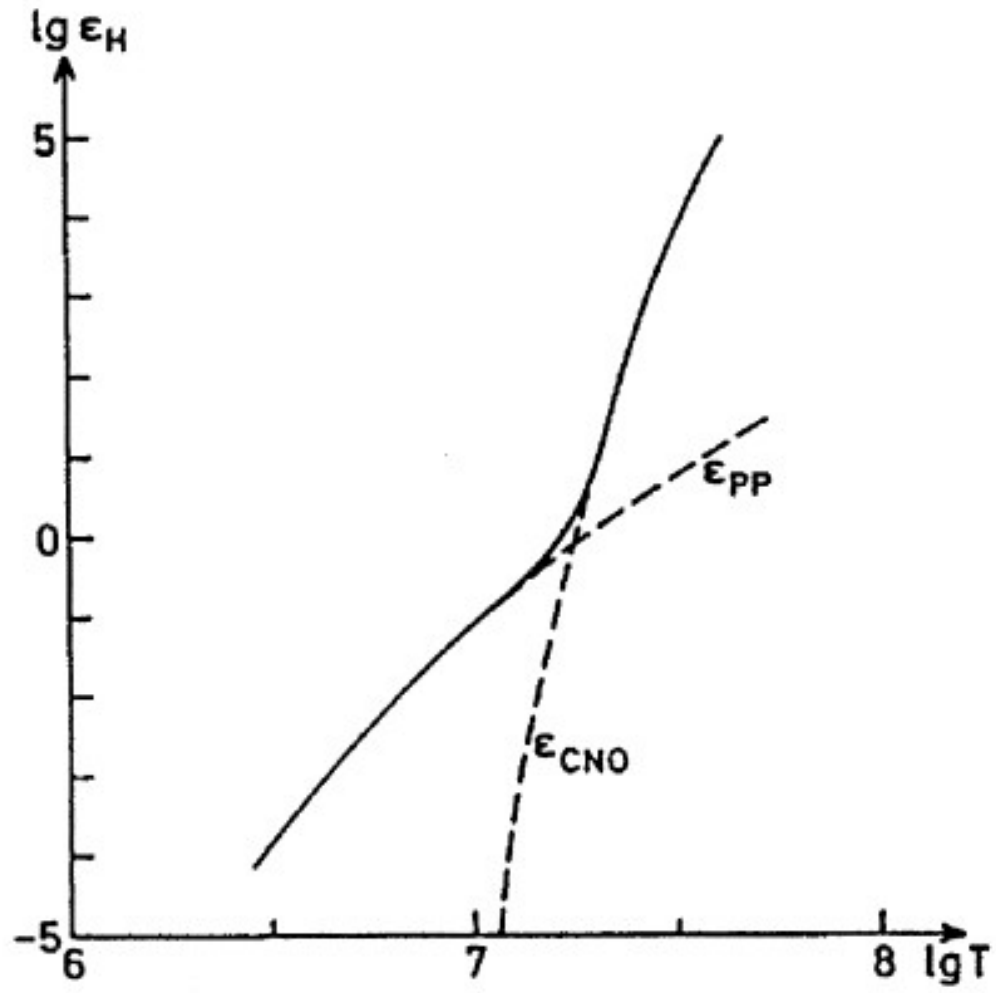
$$\epsilon_{pp} \propto X^2 \rho T^4$$

$$\epsilon_{CNO} \propto X X_{14} \rho T^{18}$$

Produkuje nie tylko ^4He , ale również zwiększa ilość ^{14}N , gdyż inne izotopy N przekształcają się w cyklu CNO znacznie szybciej.



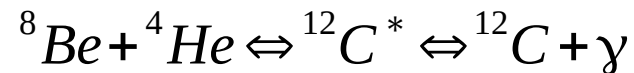
	Proton	γ	Gamma Ray
	Neutron	ν	Neutrino
	Positron		



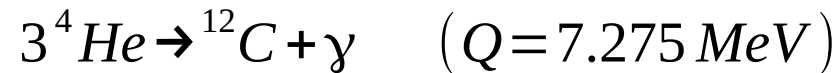
Tempo produkcji energii termojądrowej w ergach na sekundę na gram.

3 α

Nie ma trwałego pierwiastka o liczbie masowej równej $A=8$,
dlatego synteza helu przebiega dwuetapowo:



Zbiorczo:



A dalej mo\u017cliwe jest:

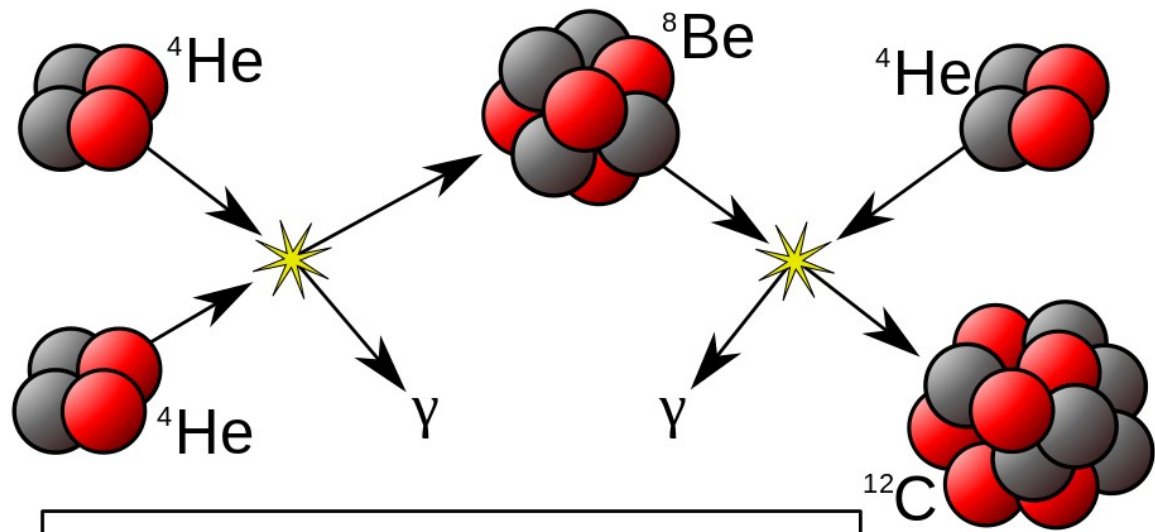




Dla temperatury $T \sim 10^8 \text{K}$:

$$\epsilon_{3\alpha} \propto Y^3 \rho^2 T^{40}$$

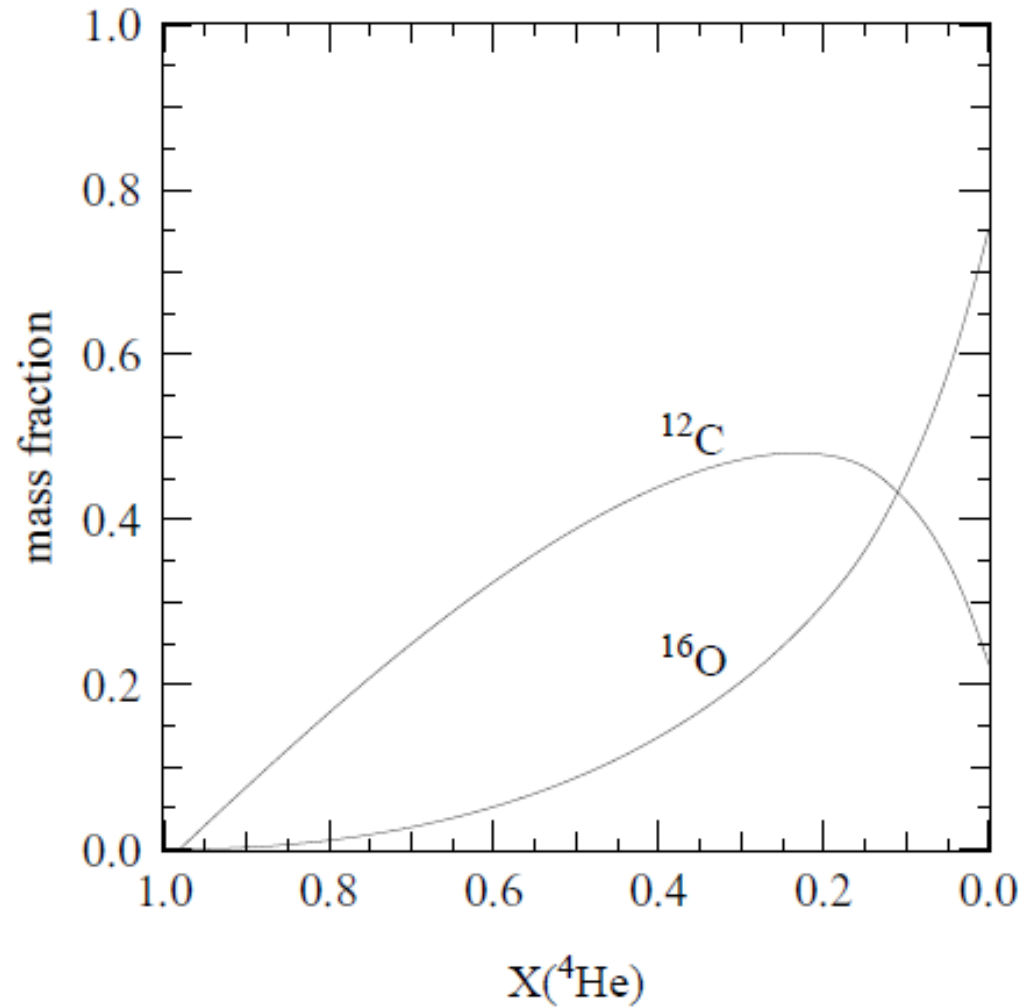
$$\epsilon_{\alpha\text{C}} \propto Y X_{12} \rho T^{20}$$

Stosunek obydwu reakcji determinuje stosunek C/O.



	Proton	γ	Gamma Ray
	Neutron		

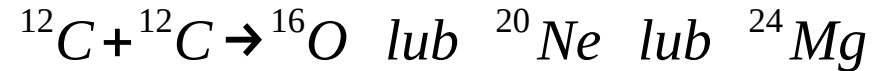
3 α



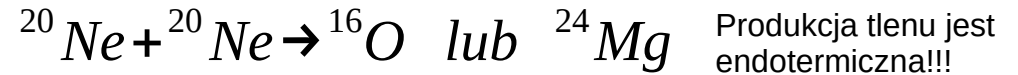
Zawartość ^{12}C i ^{16}O w jądrze typowej, średnio-masywnej gwiazdy, w wyniku reakcji 3α w zależności od malejącej zawartości helu.

Aż do żelaza

Węgiel ^{12}C : $T \sim 0.5 \cdot 10^9 \text{ K}$



Neon ^{20}Ne : $T \sim 1.5 \cdot 10^9 \text{ K}$



Tlen ^{16}O : $T \sim 2.0 \cdot 10^9 \text{ K}$

Neon spala się wcześniej,
bo tlen jest bardzo stabilny $N=Z=8$
„double-magic”.

Krzem ^{28}Si : $T \sim 3.0 \cdot 10^9 \text{ K}$

Powyżej krzemu możliwe są setki różnych, współistniejących łańcuchów reakcji.

$A > 56?$

S-proces

Jądra cięższe od żelaza powstają dzięki **wychwytowi neutronów** (któremu towarzyszy emisja pozytonów – rozpad β^-).
Wzrost liczby masowej o 1.

Skala czasu wychwytu ~ 100 lat

Skala czasu rozpadu $\beta^- \sim 1$ minuta \rightarrow mało prawdopodobny jest ponowny wychwyty

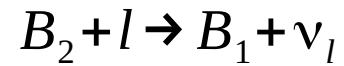
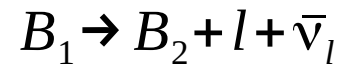
Produkty powolnego wychwyty neutronów są wyrzucane w postaci ziaren pyłu z gwiazd AGB i odnajdywane w meteorytach na Ziemi.

R-proces

Jądra, które nie mają stabilnych izotopów o liczbie masowej $A-1$ mogą powstać tylko podczas eksplozji supernowej.

Wzrost liczby masowej o >1 , ze względu na **wielokrotny wychwyty neutronów** zanim nastąpi rozpad β^- .

Procesy Urca
emisja neutrin w procesach jądrowych, ale bez zmiany składu chemicznego



Kasyno Urca (Rio de Janeiro)

„Procesy Urca powodują szybką utratę energii we wnętrzach gwiazd podobnie jak gra w kasynie szybko pozbawia uczestników pieniędzy.”
George Gamow i Mario Shoenberg

Emisja neutrin

Przekrój czynny neutrin o energii ε_ν wyrażonej w MeV:

$$\sigma_\nu \sim 10^{-44} \text{ cm}^2$$

Średnia droga swobodna neutrin:

$$\lambda = \frac{1}{n \sigma_\nu}$$

$$n_i = \frac{X_i \rho}{A_i m_u} \sim \frac{\rho}{m_u} \quad \swarrow \quad \searrow \quad 10^{-24} \text{ g}$$

$$\lambda \sim 10^{20} \frac{\text{cm}}{\rho}$$

Dla Słońca: $\rho_{\text{centrum}} \sim 10^2 \text{ g/cm}^3$ $\lambda \sim 3000 R_{\text{Sun}}$

Podczas kolapsu jądra supernowej typu II: $\rho \sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$ $\lambda \sim 25 \text{ m}$

Istotny czynnik chłodzenia białych karłów i gwiazd neutronowych.

Emisja neutrin

Anihilacja e^+ i e^-

$$e^- + e^+ \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$$

$$e^- + e^+ \Leftrightarrow \gamma + \gamma \quad \text{raz na } 10^{19} \text{ razy}$$

Foto-neutrino (rozproszony foton zmienia się na parę ν i $\bar{\nu}$)

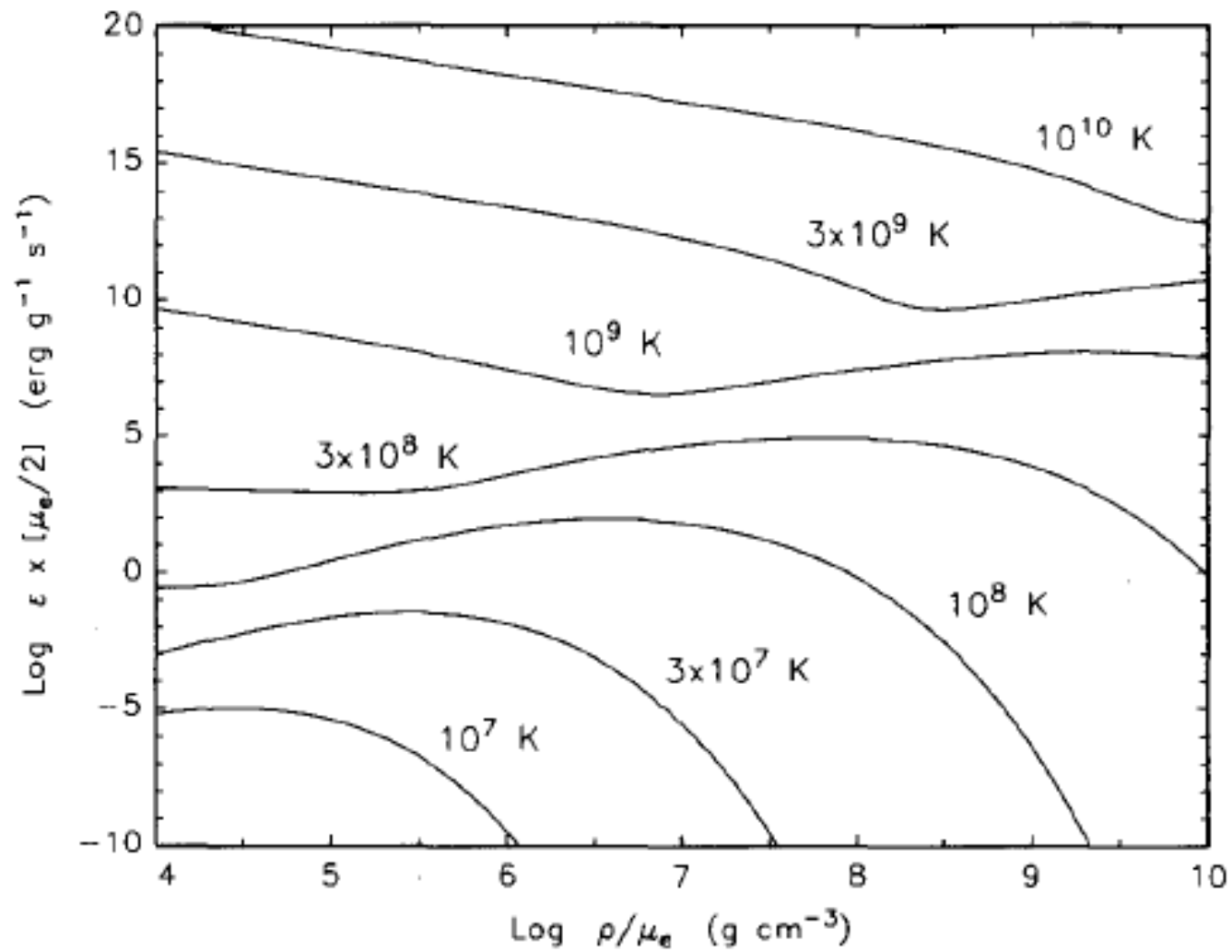
$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e$$

Rozpad plazmonów

$$\gamma \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$$

Neutrino hamowania

Emisja neutrin



Sumaryczny strumień energii unoszony przez neutrina zależy głównie od temperatury.

Emisja neutrin

W przypadku SN1987A:

$$T_c \approx 3 \cdot 10^9 \text{ K}$$

$$\rho_c \approx 5 \cdot 10^7 \text{ g/cm}^3$$

$$m_c \approx 1 M_{Sun} = 2 \cdot 10^{33} \text{ g}$$

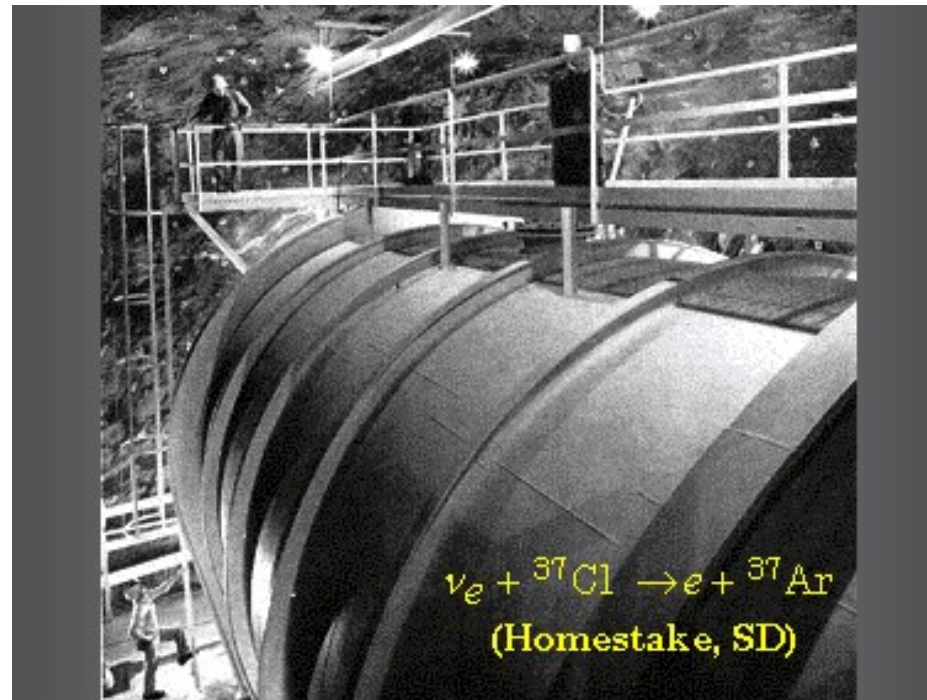
Z wykresu:

$$\varepsilon_\nu \approx 10^{13} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$L \sim 10^{12} L_{Sun}$$

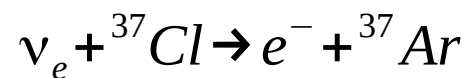
Liczba ta jest przeszacowana, ale pokazuje znaczenie emisji neutrin dla SN.

Deficyt neutrin słonecznych



Eksperyment w kopalni złota Homestake w Południowej Dakocie,
Raymond Davis i John Bahcall (1970-1994)

380 m³ tetrachloroetanu +



³⁷Ar ma czas połowicznego rozpadu 35d, a minimum energii neutrina wynosi 0.814 MeV.

Deficyt neutrin problem

Próby modyfikacji modelu wnętrza Słońca – konieczna korekta rozkładów temperatury, ciśnienia okazała się niezgodna z późniejszymi badaniami helioseismologicznymi.

Chwilowy dołek w tempie reakcji termojądrowych we wnętrzu Słońca byłby początkowo nie dostrzegalny na powierzchni gwiazdy.

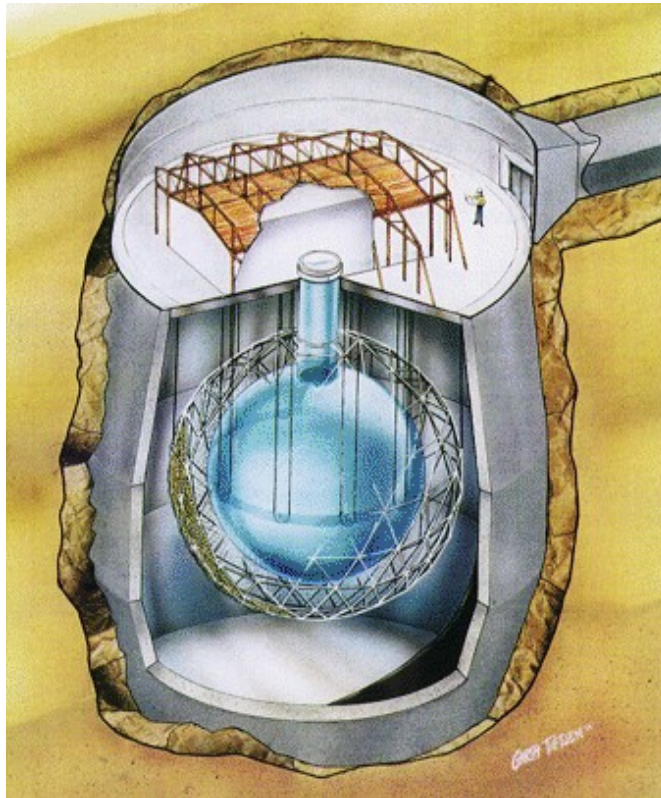
Detekcja neutrin z supernowej 1987A – pierwsza obserwacyjna nieśmiała sugestia, że standardowy model neutrin wymaga zmiany, bo neutrina mogą mieć różne masy.

Model wybuchu supernowej sugeruje uwolnienie neutrin w jednym momencie, obserwacje pokazały detekcję rozproszoną w czasie na kilkanaście sekund.

Badania neutrin powstających podczas zderzeń cząstek promieniowania kosmicznego z górnymi warstwami atmosfery Ziemi za pomocą detektora Super-Kamiokande w latach 90-tych również sugerowały możliwość istnienia oscylacji neutrin.

W wyniku zderzeń produkowane są neutrina mionowe, ale detektor wykrywa tylko neutrina typu tau.

Deficyt neutrin wyjaśnienie



Sudbury Neutrino Observatory (Kanada, 2001)

Pierwsza rejestracja wszystkich rodzajów neutrin słonecznych + rozróżnianie neutrin elektronowych od innych typów. Pozwoliło to stwierdzić, że tylko 35% neutrin słonecznych to elektronowe, a suma wszystkich neutrin zgadza się z modelami wnętrza Słońca