

Systemy nawigacji satelitarnej

Krzysztof Kamiński

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

W systemie GPS podstawowym pomiarem jest wyznaczenie odległości pomiędzy satelitą a odbiornikiem.

Odbywa się on przez pomiar czasu przebiegu fali radiowej na drodze satelita odbiornik.

Biorąc pod uwagę prędkość światła to pomiar odległości z dokładnością np. $\Delta d = 1\text{m}$ wymaga pomiaru czasu lotu z dokładnością:

$$\Delta d / c = 1 / 299\,792\,458 = 3.3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

By zmierzyć czas lotu fali odbiornik musi znać moment czasu wysłania i moment czasu odbioru sygnału.

Moment wysłania sygnału (ciągu kodującego) w fali radiowej jest określony przez zegar atomowy na danym satelicie i zapisany w samym sygnale. Wystarczy go odczytać.

Moment odbioru jest rejestrowany przez sam odbiornik, który nie posiada zegara atomowego i nie może tego zrobić z dokładnością nanosekund.

Na szczęście błąd pomiaru czasu odbioru fali jest taki sam dla wszystkich satelitów (w danym momencie czasu), więc może być traktowany jako jedna niewiadoma.

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

Startujemy, z miejsca gdzie fizyczne wartości zmierzone w odbiorniku użytkownika (przesunięcie dopplerowskie, czas lotu fali radiowej) zostały zamienione na odpowiadające im wartości geometryczne (różnica odległości, odległość) oraz że została uwzględniona refrakcja jonosferyczna i inne znane błędy pomiarów.

W systemie GPS pomiar odległości, odbywa się przez pomiar czasu przebiegu fali na drodze satelita odbiornik.

Pomiarowi takiemu odpowiada odległość topocentryczna ρ :

$$\rho_{pi} = \rho(\varphi, \lambda, h, \Delta t_u)$$

φ, λ – współrzędne geograficzne

h – wzniesienie w stosunku do elipsoidy odniesienia

Δt_u – przesunięcie w czasie wzorca odbiornika w stosunku do czasu systemu

$$i \geq 4$$

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

Wyrażając równanie linii pozycyjnej w postaci:

$$\rho_{pi} = \rho_{pi}(\varphi, \lambda, h) + c\Delta t_u$$

Rozwijając w szereg Taylora do postaci liniowej i ograniczając się do wyrazów pierwszego rzędu, otrzymujemy:

$$\rho_{pi} = \rho_{zi} + \frac{\partial \rho_i}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial \rho_i}{\partial \lambda} \Delta \lambda + \frac{\partial \rho_i}{\partial h} \Delta h + c\Delta t_u$$

ρ_{zi} - założona, wstępna odległość odbiornika od i-tego satelity określona na podstawie wstępnej pozycji odbiornika.

ρ_{pi} - pomiar, zmierzona odległość odbiornika

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

Różnica między wstępną a mierzoną pozycją odbiornika wynosi:

$$Z = \rho_{pi} - \rho_{zi} = \frac{\partial \rho_i}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial \rho_i}{\partial \lambda} \Delta \lambda + \frac{\partial \rho_i}{\partial h} \Delta h + c \Delta t_u$$

W postaci macierzowej :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{W}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{vmatrix} \rho_{p1} - \rho_{z1} \\ \rho_{p2} - \rho_{z2} \\ \vdots \\ \rho_{pn} - \rho_{zn} \end{vmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \rho_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial \rho_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial \rho_1}{\partial h} & c \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial \rho_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial \rho_2}{\partial h} & c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_n}{\partial \varphi} & \frac{\partial \rho_n}{\partial \lambda} & \frac{\partial \rho_n}{\partial h} & c \end{vmatrix} \quad \Delta \mathbf{W} = \begin{vmatrix} \varphi - \varphi_w \\ \lambda - \lambda_w \\ h - h_w \\ \Delta t - \Delta t_w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \lambda \\ \Delta h \\ \Delta(\Delta t_w) \end{vmatrix}$$

Matematyczne podstawy określania współrzędnych

W chwili rozpoczęcia obliczeń zakłada się, że przesunięcie w czasie wzorca odbiornika Δt_u jest równe wartości założonej Δt_{uw} .

Rozwiązanie układu równań ma postać :

$$\Delta \mathbf{W} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{Z}$$

W rzeczywistości występują błędy pomiarów i układ równań rozwiązuje się metodą najmniejszych kwadratów:

$$\Delta \mathbf{W} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Z}$$

Proces obliczeń prowadzimy metodą iteracji i przerywamy kiedy spełniony jest warunek:

$$|\Delta \mathbf{W}_k - \Delta \mathbf{W}_{k-1}| < \varepsilon$$

Ocena dokładności określania pozycji

Dokładność określenia za pomocą systemu GPS poszczególnych współrzędnych pozycji odbiornika obserwatora można oszacować poprzez macierz kowariancji \mathbf{P} wektora przyrostu współrzędnych ΔW :

$$\mathbf{P} = \text{Cov}(\Delta W) = \begin{vmatrix} \sigma_{\varphi}^2 & k_{\varphi\lambda} & k_{\varphi h} & k_{\varphi t} \\ k_{\lambda\varphi} & \sigma_{\lambda}^2 & k_{\lambda h} & k_{\lambda t} \\ k_{h\varphi} & k_{h\lambda} & \sigma_h^2 & k_{ht} \\ k_{t\varphi} & k_{t\lambda} & k_{th} & \sigma_t^2 \end{vmatrix}$$

$\sigma_{\varphi}^2, \sigma_{\lambda}^2, \sigma_h^2, \sigma_t^2$ - wariancje wartości odpowiednio:

- szerokości geograficznej
- długości geograficznej
- wysokości elipsoidalnej
- odchyłki wzorca czasu od czasu systemu

Ocena dokładności określania pozycji

Macierz kowariancji współrzędnych geograficznych **P**
bez uwzględnienia macierzy wag pomiarów odległości :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{R} \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$$

a z uwzględnieniem macierzy wag **W_a** :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W}_a \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G} \mathbf{W}_a \mathbf{R} \mathbf{W}_a \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{W}_a \mathbf{G})^{-1}$$

R – macierz kowariancji wektora różnic odległości **Z**

Ocena dokładności określania pozycji

W ogólnym przypadku w systemie GPS pozycja obserwatora określana jest z czterech satelitów, w związku z czym wymiar wszystkich macierzy.

Tym samym macierz kowariancji wektora różnic odległości \mathbf{R} ma następującą postać:

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} \sigma_{\rho 1}^2 & k_{\rho 1 \rho 2} & k_{\rho 1 \rho 3} & k_{\rho 1 \rho 4} \\ k_{\rho 2 \rho 1} & \sigma_{\rho 2}^2 & k_{\rho 2 \rho 3} & k_{\rho 2 \rho 4} \\ k_{\rho 3 \rho 1} & k_{\rho 3 \rho 2} & \sigma_{\rho 3}^2 & k_{\rho 3 \rho 4} \\ k_{\rho 4 \rho 1} & k_{\rho 4 \rho 2} & k_{\rho 4 \rho 3} & \sigma_{\rho 4}^2 \end{vmatrix}$$

$\sigma_{\rho 1}^2, \sigma_{\rho 2}^2, \sigma_{\rho 3}^2, \sigma_{\rho 4}^2$ - wariancje odległości dzielące poszczególne satelity od odbiornika

Ocena dokładności określania pozycji

Zakładając, że błędy pomiarów wszystkich odległości są niezależne i jednorodnie i obarczone tym samym błędem:

$$\sigma_{\rho 1} = \sigma_{\rho 2} = \sigma_{\rho 3} = \sigma_{\rho 4} = \sigma_{\rho}$$

macierz **R** można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{R} = \sigma_{\rho}^2 \mathbf{I}$$

gdzie **I** jest macierzą jednostkową.

W takim przypadku macierz kowariancji współrzędnych geograficznych **P** przybiera postać:

$$\mathbf{P} = \sigma_{\rho}^2 (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$$

Dilution of precision = DOP

DOP to bezwymiarowy współczynnik charakteryzujący „rozmycie precyzji”.

Przyjęto, że dokładność M określonej pozycji użytkownika szacuje się poprzez iloczyn **DOP** i błędu pseudoodległości satelita-użytkownik:

$$M_n^x = DOP \cdot \sigma_\rho$$

x jest prawdopodobieństwem w %,
 n – liczbą i rodzajem wymiaru pozycji.

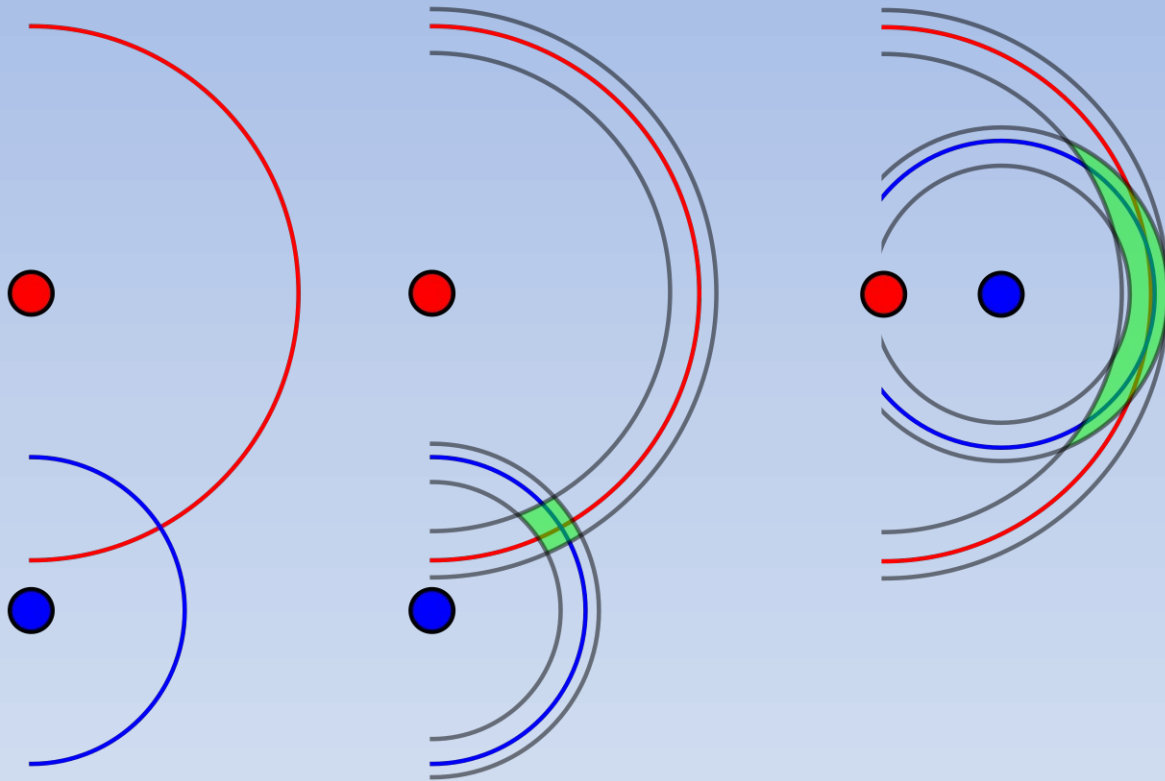
Do określenia dokładności pozycji w czterech wymiarach (przestrzeń i czas) współczynnikiem DOP jest **GDOP (Geometric Dilution of Precision)**.

Zakładając, że średni błąd pomiaru pseudoodległości wynosi σ_ρ (prawdopodobieństwo 68%), dokładność M pozycji czterowymiarowej przedstawia się:

$$M_{\varphi,\lambda,h,t}^{68\%} = GDOP \cdot \sigma_\rho \quad M_{\varphi,\lambda,h,t}^{68\%} = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_h^2 + \sigma_t^2}$$

$$GDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_h^2 + \sigma_t^2}$$

Dilution of precision = DOP



Ilustracja propagacji błędu ze względu na geometrię pomiaru.

Dilution of precision = DOP

PDOP (Position Dilution of Precision) – współczynnik przestrzenny (trójwymiarowy) rozmycia pozycji:

$$PDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_h^2}$$

HDOP (Horizontal Dilution of Precision) – współczynnik horyzontalny (dwuwymiarowy):

$$HDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2}$$

VDOP (Vertical Dilution of Precision) – współczynnik pionowy (jednowymiarowy):

$$VDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_h^2}$$

TDOP (Time Dilution of Precision) – współczynnik odchyłki wzorca czasu od czasu systemu:

$$TDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_t^2}$$

Dilution of precision = DOP

W przypadku wyznaczenia pozycji z trzech satelitów stosuje się współczynnik:

(Horizontal-Time Dilution of Precision)

$$HTDOP = \frac{1}{\sigma_\rho} \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_t^2}$$

Znajomość poszczególnych współczynników dokładności pozycji umożliwia oszacowanie dokładności wyznaczenia wybranych współrzędnych owej pozycji:

GDOP $\cdot \sigma_\rho$ -- geometryczna dokładność trójwymiarowej pozycji i czasu ,

PDOP $\cdot \sigma_\rho$ -- dokładność trójwymiarowej pozycji 3D,

HDOP $\cdot \sigma_\rho$ -- dokładność pozycji w płaszczyźnie horyzontalnej 2D,

VDOP $\cdot \sigma_\rho$ -- dokładność pozycji w kierunku pionowym,

TDOP $\cdot \sigma_\rho$ -- dokładność czasu określanej pozycji,

Inne współczynniki dokładności

Parametrami używanymi przy charakteryzowaniu błędu pozycji użytkownika określonej za pomocą systemu satelitarnego są też:

- **SEP (Spherical Error Probable)**, prawdopodobny błąd przestrzenny 50% pozycji wyznaczonych trójwymiarowo znajduje się wewnątrz sfery o środku w rzeczywistej pozycji odbiornika i o promieniu SEP.
- **CEP (Circular Error Probable)**, prawdopodobny błąd w płaszczyźnie horyzontalnej – 50 % pozycji wyznaczonych dwuwymiarowo znajduje się wewnątrz okręgu o środku w rzeczywistej pozycji anteny odbiornika i o promieniu CEP.

$$M_{\varphi,\lambda}^{50\%} = CEP(50\%) \approx 0.75 \cdot HDOP \cdot \sigma_{\rho}$$

$$M_{\varphi,\lambda}^{80\%} = CEP(80\%) \approx 1.28 \cdot HDOP \cdot \sigma_{\rho}$$

$$M_{\varphi,\lambda}^{90\%} = CEP(90\%) \approx 1.60 \cdot HDOP \cdot \sigma_{\rho}$$

$$M_{\varphi,\lambda}^{95\%} = CEP(95\%) \approx 2 \cdot HDOP \cdot \sigma_{\rho}$$

Inne współczynniki dokładności

Pierwiastek kwadratowy ze średniego błędu kwadratowego:

$$rms = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_h^2}$$

Parametr rms (root mean square) służy do szacowania dokładności pozycji satelitarnej zarówno w jednym, dwu i trzech wymiarach.

Z kolei ocena przewidywanej dokładności otrzymanej pozycji użytkownika dokonywana jest zazwyczaj poprzez znajomość takich parametrów, jak:

- **UERE (User Equivalent Range Error)**, estymowane odchylenie standardowe pomiaru pseudoodległości satelita-odbiornik, parametr transmitowany przez satelitę. Czasami nazywany jest też URE (User Range Error),
- **DOP (Dilution of Precision)**, współczynnik wiążący błąd pomiaru pseudoodległości z błędem wyznaczenia pozycji.
- **EPE (Estimated Position Error)** – przybliżony błąd pozycji

GLOBAL POSITIONING SYSTEM STANDARD POSITIONING SERVICE PERFORMANCE STANDARD



5th Edition

April 2020

Table 3.4-1. SPS SIS URE Accuracy Standards

SIS Accuracy Standard	Conditions and Constraints
<p>Each SPS SIS Component Combination per Table 2.2-2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ≤ 7.0 m 95% Global Statistic URE during Normal Operations over all AODs • ≤ 3.8 m 95% Global Statistic URE during Normal Operations at Zero AOD • ≤ 9.7 m 95% Global Statistic URE during Normal Operations at Any AOD 	<ul style="list-style-type: none"> • For any trackable and healthy SPS SIS • Neglecting SF ionospheric delay model errors • Including group delay time correction (T_{GD}) errors at L1 • Including inter-signal bias (P(Y)-code to C/A-code) errors at L1 • Including ISC errors
<p>Each SPS SIS Component Combination per Table 2.2-2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ≤ 30 m 99.94% Global Statistic URE during Normal Operations • ≤ 30 m 99.79% Worst Case Single Point Statistic URE during Normal Operations 	<ul style="list-style-type: none"> • For any trackable and healthy SPS SIS • Neglecting SF ionospheric delay model errors • Including group delay time correction (T_{GD}) errors at L1 • Including inter-signal bias (P(Y)-code to C/A-code) errors at L1 • Including ISC errors • Standard based on measurement interval of one year; statistic of daily values within the service volume • Standard based on 3 service failures per year, lasting no more than 6 hours each

SPS – Standard Positioning Service
 SIS – Signal In Space
 URE – User Range Error (pseudorange error)
 AOD – Age Of Data
 SF – Single Frequency
 ISC – Inter-Signal Correction

Źródła błędów w UERE

Segment	Error source	Effect (m) (Zero AOD)
Space	Clock stability	0.0
	Group delay stability	3.1
	Other space segment errors	1.0
Control	Clock/ephemeris estimation	2.0
	Clock/ephemeris curve fit	0.8
	Ionospheric delay model terms	9.8-19.6
	Group delay time correction	4.5
	Other control segment errors	1.0
User	Ionospheric delay compensation	N/A
	Tropospheric delay compensation	3.9
	Receiver noise and resolution	2.9
	Multipath	2.4
	Other user segment errors	1.0
Total	95% UERE (Zero AOD)	12.7-21.2
	Max 95% UERE (Max AOD)	24.1

Składniki UERE oszacowane w 2008r na kanale C/A.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Trzeba odróżnić prędkość fazową i grupową fali e-m.

Prędkość fazowa to prędkość przemieszczania się grzbietów fali.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\lambda}{T 2\pi} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

W próżni dla fali e-m $v_p = c$.

W ośrodku materialnym dla fali e-m $v_p = c/n$.

$$n = \frac{c}{v_p} = c \frac{k}{\omega} \quad \omega = 2\pi f \quad k = 2\pi/\lambda$$

Prędkość fazowa jest całkowicie wystarczająca dla opisu fali o jednej częstotliwości (np. światło lasera), ale okazuje się niewystarczająca do opisu fali złożonej z wielu częstotliwości oraz fali modulowanej.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Prędkość grupowa to prędkość przemieszczania się obwiedni lub modulacji fali.

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \omega = 2\pi f \quad k = 2\pi / \lambda$$

Prędkość grupowa jest prędkością rozchodzenia się sygnału, informacji, modulacji fali.

Można ją zdefiniować dopiero jeśli mamy przynajmniej złożenie dwóch fal o różnej częstotliwości, dla prostej fali monochromatycznej, która nie jest w żaden sposób modulowana prędkość grupowa nie istnieje.

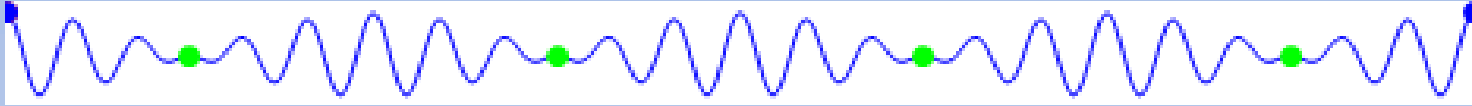
Prędkość grupowa nigdy nie może przekroczyć c , podczas gdy prędkość fazowa może przekroczyć c !

W próżni dla fali e-m $v_g = v_p = c$ dlatego że:

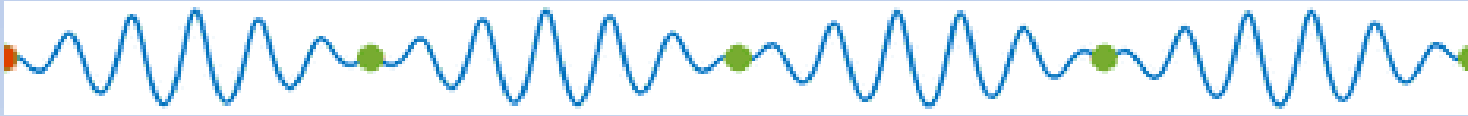
$$\omega = ck \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c$$

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

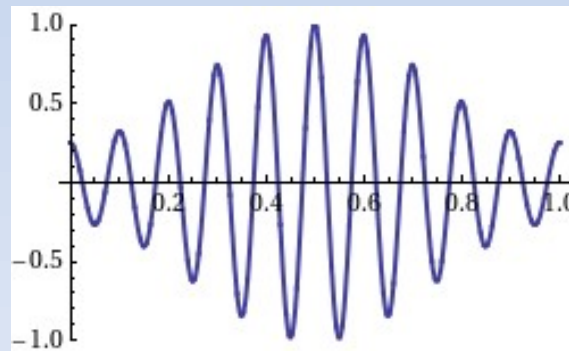
Przykład $v_p = v_g$



Przykład $v_p \neq v_g$



Przykład $v_p = -v_g$



Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Funkcja $\omega(k)$ nazywana jest **funkcją dyspersji**.

Jeśli ω jest bezpośrednio proporcjonalne do k
(np. w próżni $\omega = ck$) to mamy ośrodek niedispersyjny, $v_p = v_g$
i nie obydwie nie zależą od długości fali.

Jeśli ω jest liniową funkcją k
(np. $\omega = ck + b$) to mamy ośrodek dyspersyjny, $v_p \neq v_g$
i ale obydwie nie zależą od długości fali.

Jeśli ω jest nieliniową funkcją k
to mamy ośrodek dyspersyjny, $v_p \neq v_g$
i obydwie zależą od długości fali.
Powoduje to zniekształcanie modulacji fali polichromatycznej
wraz z jej przemieszczaniem się przez dany ośrodek.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Jonosfera jest ośrodkiem dyspersyjnym dla fal radiowych, a więc

- funkcja dyspersji jest bardziej skomplikowana,
- prędkość grupowa jest różna od prędkości fazowej,
- obydwie prędkości zależą od długości (częstotliwości) fali.

W pierwszym przybliżeniu funkcja dyspersji jonosfery wynosi:

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_p^2 \quad \omega_p = 2\pi 8.98 \sqrt{N_e}$$

Gdzie N_e jest gęstością elektronów w jonosferze [e^-/m^3]

ω_p jest częstotliwością krytyczną jonosfery (fala się odbija gdy $\omega < \omega_p$)

Najwięcej elektronów w jonosferze jest na wysokości 300-500 km:

$$N_e \sim 10^{11} - 10^{12} e^-/m^3.$$

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Jonosfera zmienia prędkość fazową i grupową w pierwszym przybliżeniu:

$$n_p = \frac{c}{v_p} = 1 - \frac{40.3}{f^2} N_e \qquad n_g = \frac{c}{v_g} = 1 + \frac{40.3}{f^2} N_e$$

Prędkość fazowa jest większa niż c , grupowa mniejsza niż c .

Błąd pomiaru odległości gdy mierzymy odległość za pomocą czipów (czyli modulacji fali) wynika za zmiany prędkości grupowej i wynosi:

$$\Delta_g^{ion} = + \frac{40.3}{f^2} \int N_e dl$$

Błąd pomiaru odległości gdy mierzymy odległość za pomocą fazy fali nośnej wynika za zmiany prędkości fazowej i wynosi:

$$\Delta_p^{ion} = - \frac{40.3}{f^2} \int N_e dl$$

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

$$\Delta_g^{ion} = +\frac{40.3}{f^2} \int N_e dl \quad \Delta_p^{ion} = -\frac{40.3}{f^2} \int N_e dl$$

Błędy te bywają nazywane **refrakcją jonosferyczną**.

Całkowita gęstość elektronów (tzw. gęstość kolumnowa) na drodze fali radiowej nazywana jest **TEC** (ang. **Total Electron Content**) i jest podawana w jednostce **TECU** (and. TEC unit):

$$TEC = \int N_e dl \quad 1 \text{ TECU} = 10^{16} e^- / m^3$$

Rozróżnia się m.in. zenitalne TEC, i ukośne TEC (STEC = slanted TEC).

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarne podczas przejścia przez jonosferę

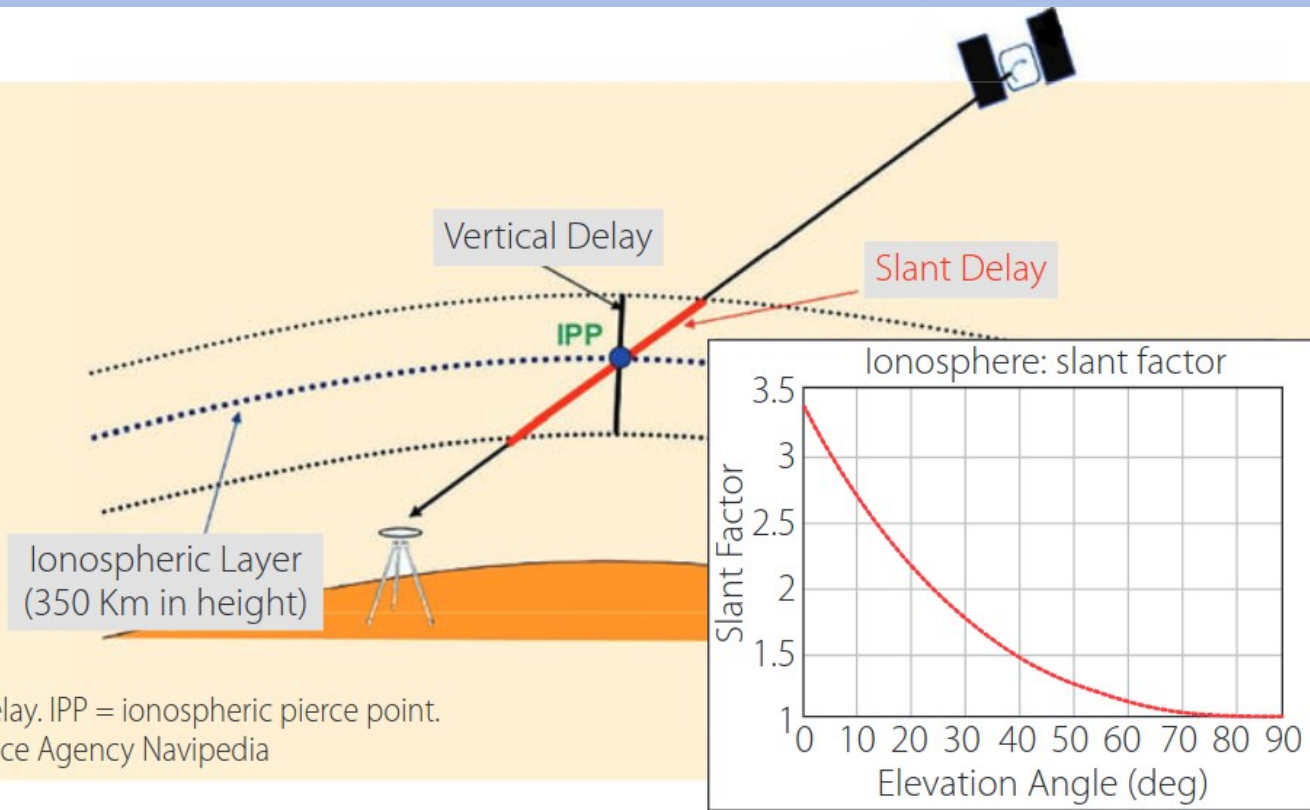
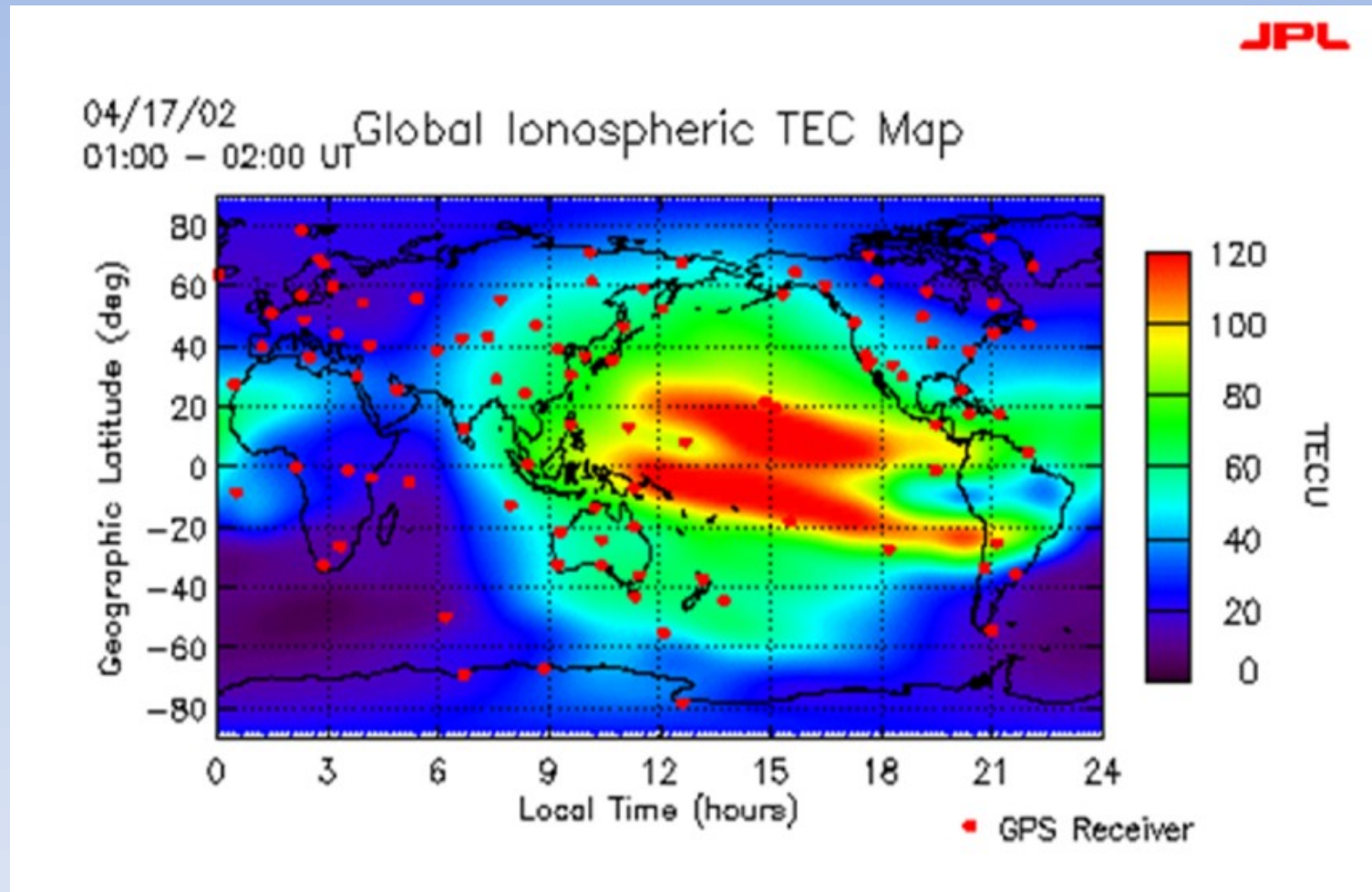


Illustration of ionospheric delay. IPP = ionospheric pierce point.
Adapted from European Space Agency Navipedia

Rozróżnia się m.in. zenitalne i ukośne TEC.
Np. STEC = slanted TEC

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

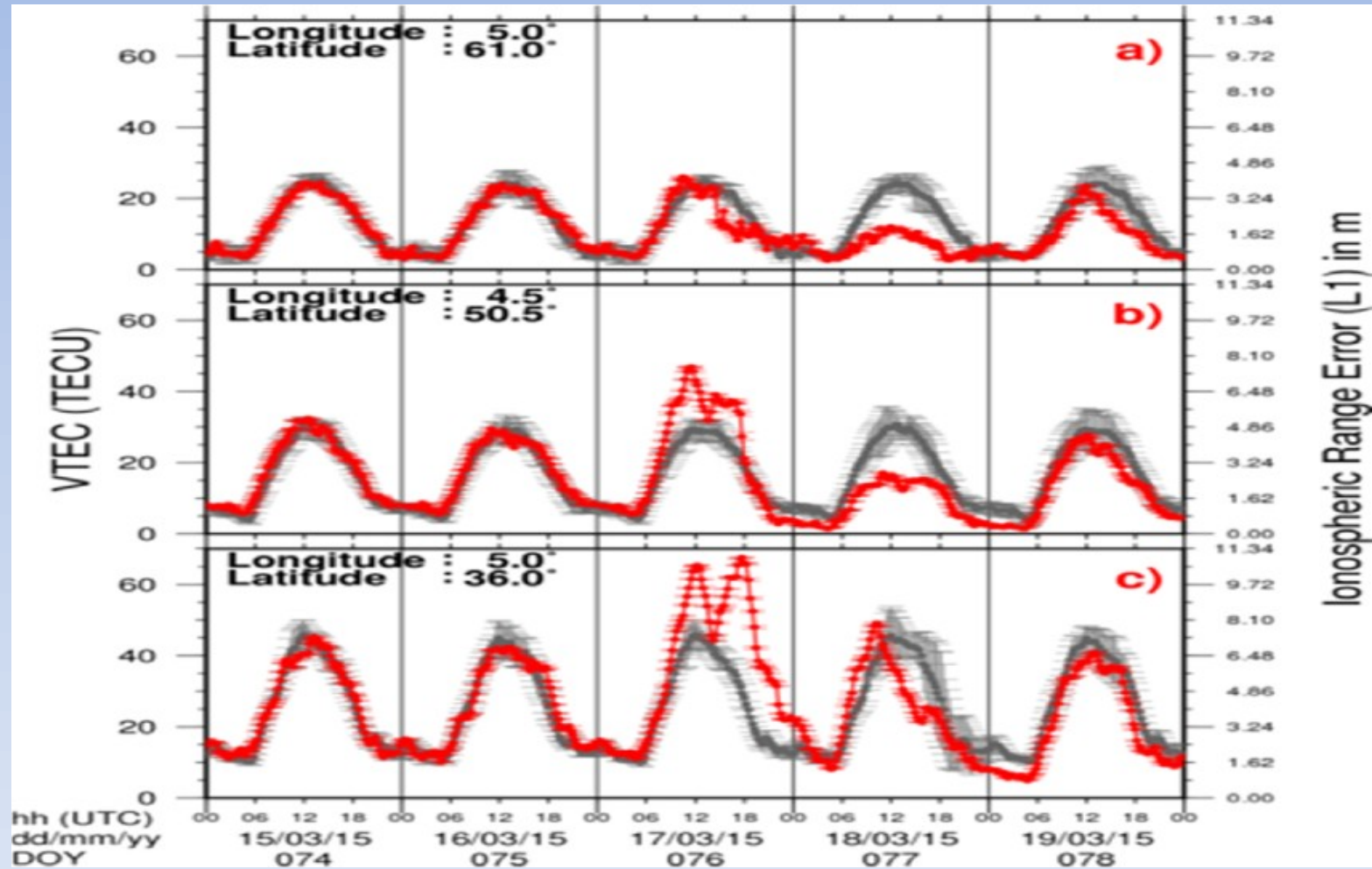
Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę



TEC zależy od miejsca na Ziemi.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę



TEC zależy też od czasu.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Dla pasma L1 $f = 1575.42$ MHz,
a więc opóźnienie grupowe jonosferyczne wynosi:

$$\Delta_g^{ion} = + \frac{40.3}{f^2} 10^{16} TEC = 0.16 TEC \quad [m]$$

A więc poprawka jonosferyczna może osiągać dla $TEC=100$:

$$\Delta_g^{ion} = 0.16 \cdot 100 = 16 m$$

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Sposoby radzenia sobie z opóźnieniem jonosferycznym:

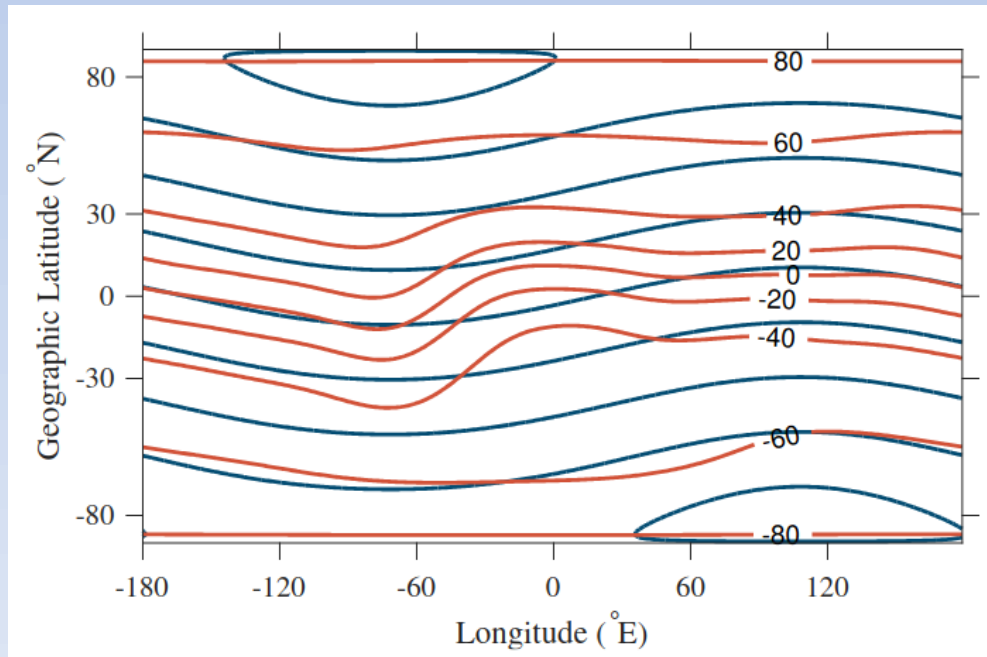
1. Przesyłanie informacji o stanie jonosfery w depeszy nawigacyjnej.
2. Przesyłanie informacji o stanie jonosfery w systemie SBAS lub innych systemach wspomagających.
3. Pomiar opóźnienia wykorzystujący 2 pasma radiowe.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Korekta jonosferyczna w systemie Galileo:

1. Oszacuj pozycję odbiornika, pozycję satelity, aktualny czas.
2. Wylicz MODIP (Modified Magnetic Dipole Latitude) korzystając ze współrzędnych odbiornika.



Szerokość magnetyczna (niebieska) i szerokość MODIP w sierpniu 2014.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Korekta jonosferyczna w systemie Galileo:

3. Wyznacz poziom efektywnej jonizacji A_z , korzystając MODIP oraz odebranych współczynników a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} .

$$A_z = a_{i0} + a_{i1} \times MODIP + a_{i2} \times (MODIP)^2$$

4. Przecałkuj ścieżkę sygnału radiowego korzystając z modelu **NeQuick** by wyznaczyć STEC (gęstość kolumnową elektronów w jonosferze).

5. Wylicz poprawkę jonosferyczną d_{Igr} :

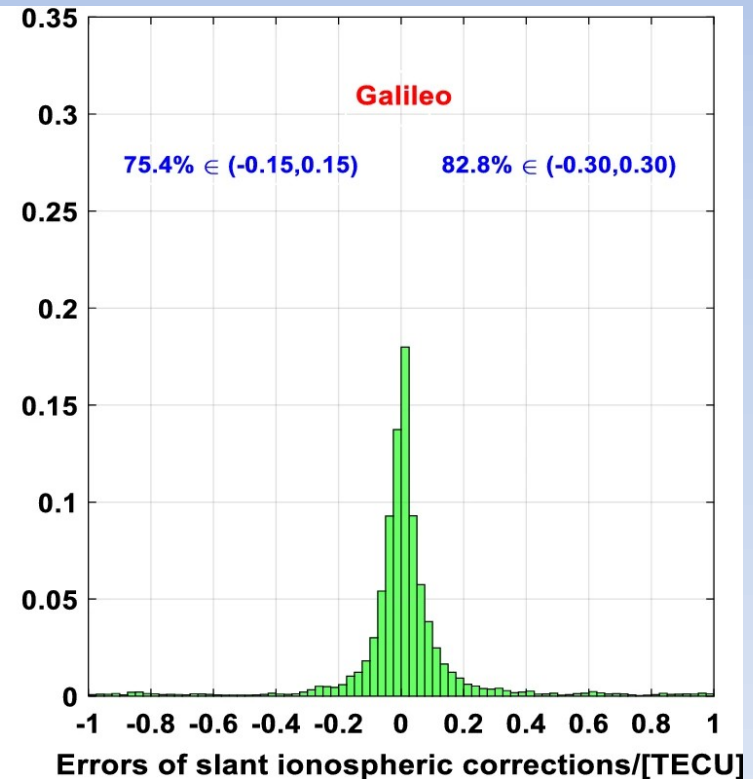
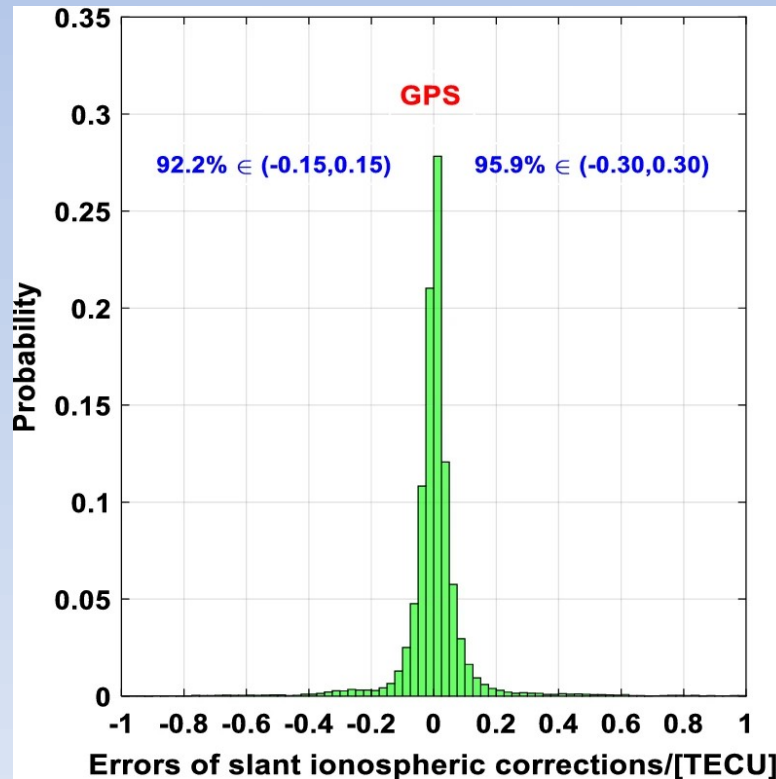
$$d_{Igr} = \frac{40.3}{f^2} \cdot \int_{path} N \cdot dl = \frac{40.3}{f^2} \cdot STEC$$

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarne podczas przejścia przez jonosferę

Korekta jonosferyczna w systemie Galileo:

Korekty wylicza się co 30s, gdy odbiornik porusza się powoli.



Oszacowane błędy w wyznaczaniu korekty jonosferycznej (Yan & Zhang 2022).

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę

Pomiar opóźnienia z dwóch częstotliwości

$$\Delta_{g1}^{ion} = + \frac{40.3}{f_1^2} STEC \qquad \Delta_{g2}^{ion} = + \frac{40.3}{f_2^2} STEC$$

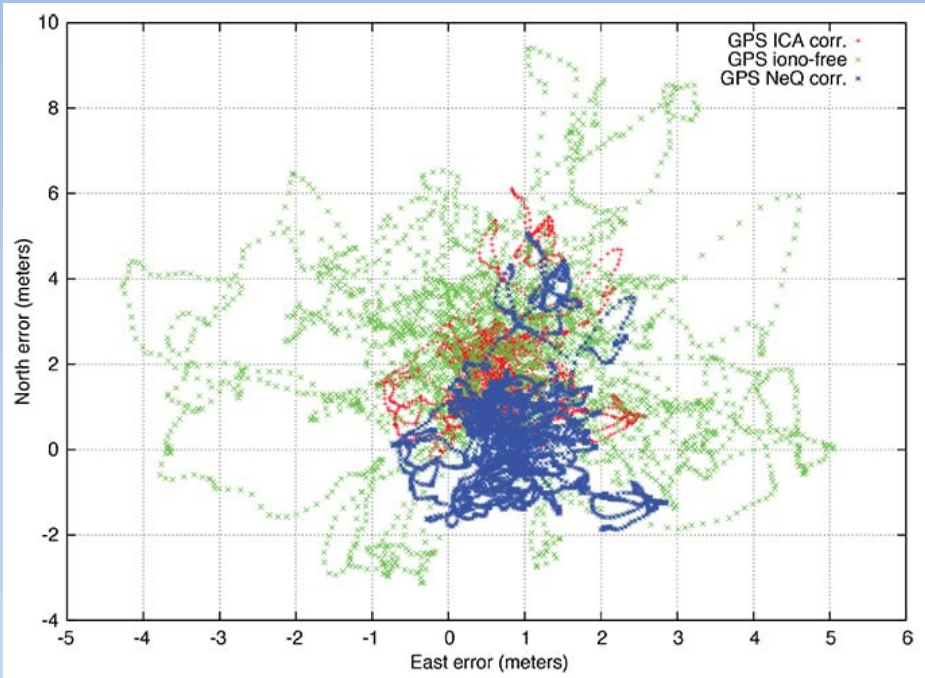
$$\Delta_{g1}^{ion} - \Delta_{g2}^{ion} = \left(\frac{40.3}{f_1^2} - \frac{40.3}{f_2^2} \right) STEC$$

Równoczesny pomiar odległości na dwóch częstotliwościach pozwala wyznaczyć z dużą dokładnością gęstość kolumnową elektronów w jonosferze (a z tego wyliczyć opóźnienie sygnału).

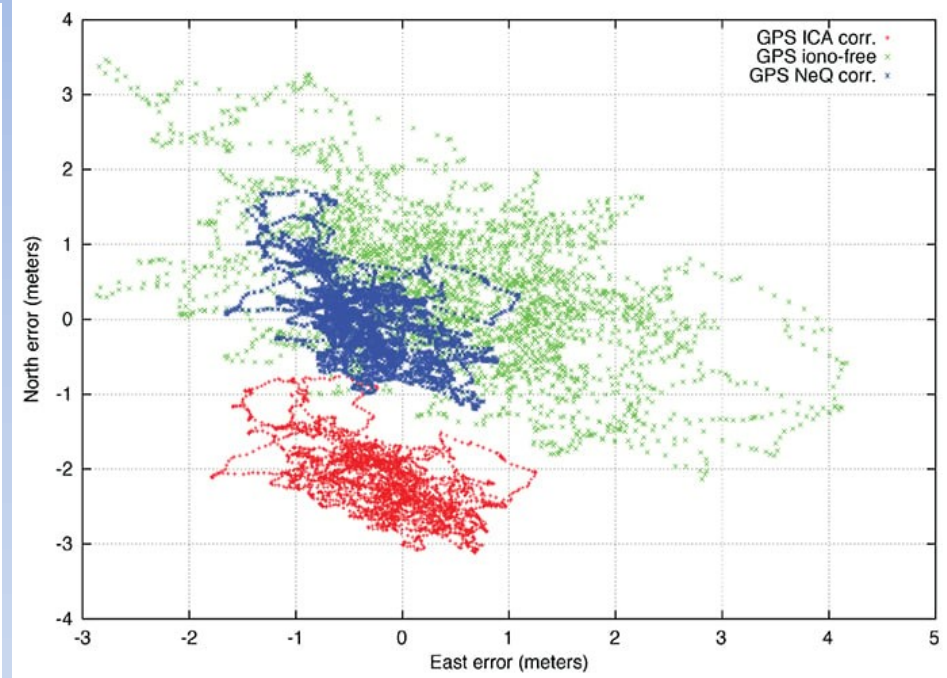
Użycie dwóch częstotliwości wprowadza niestety większy rozrzut w danych (pogarsza precyzję), ale zmniejsza błędy (poprawia dokładność).

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę



Stacja Noordwijk
(wysoka szer. geo.)



Stacja Malindi
(niska szer. geo.)

Porównanie użycia trzech metod korekty na jonosferę:

- 1 pasmo, model ICA (aka Klobuchar) - czerwone
- 1 pasmo, model NeQuick - niebieskie
- 2 pasma - zielone

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez jonosferę



Pierwszy smartfon działający na dwóch częstotliwościach L1 i L5:
Xiaomi Mi 8 Explorer Edition (2018).

Aktualnie jest ponad 500 telefonów z odbiornikiem GNSS tego typu.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarnego podczas przejścia przez troposferę

Sygnał radiowy GNSS doznaje opóźnień również w troposferze.

Troposfera nie jest dyspersyjna, opóźnienie nie zależy od f !
Dlatego nie działa metoda dwóch częstotliwości
i opóźnienie grupowe oraz fazowe jest identyczne.

Opóźnienie to zależy od przebiegu współczynnika n w troposferze:

$$\Delta^{tropo} = \int (n - 1) dl = 10^{-6} \int N dl$$

gdzie zwykle definiuje się refrakcyjność $N = 10^{-6}(n-1)$

N zmienia się w czasie i zależy od temperatury, ciśnienia i wilgotności.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarne podczas przejścia przez troposferę

Refrakcyjność N można podzielić na suchą N_s i moką N_m .

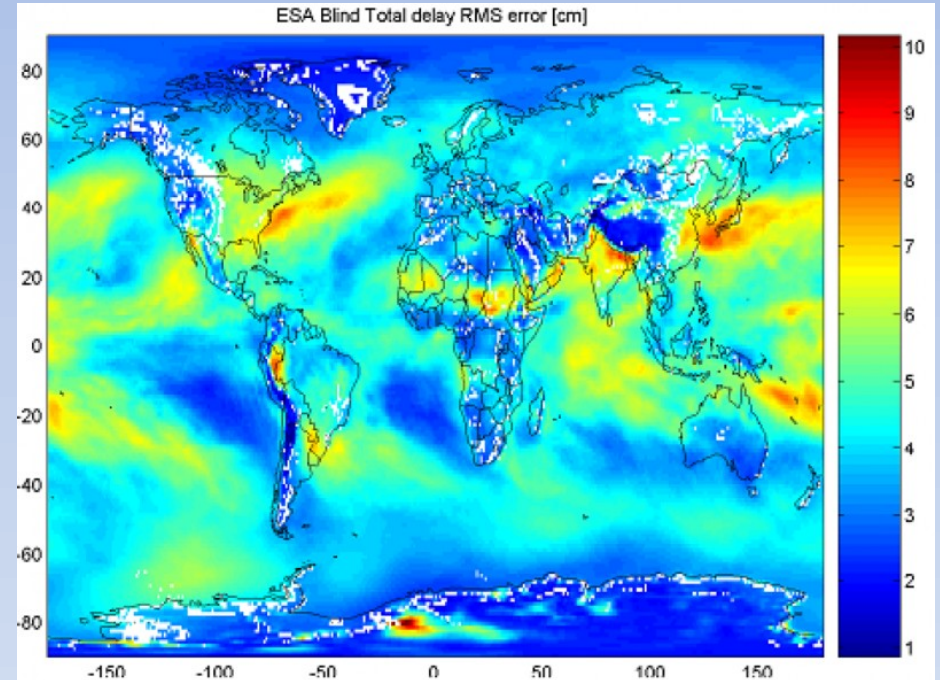
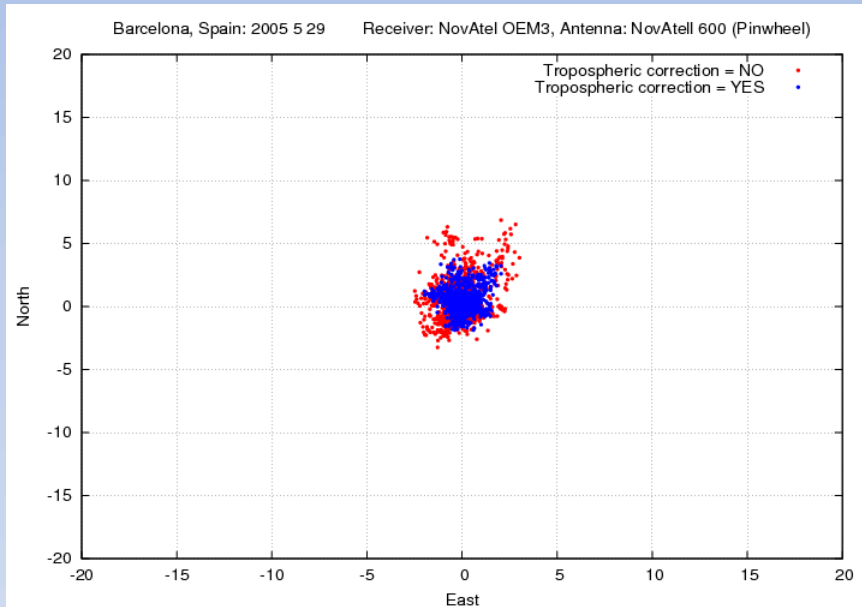
$$N = N_s + N_m$$

Refrakcyjność sucha odpowiada wszystkim gazów z wyjątkiem wody. Jest dominująca i na szczęście mało zmienna w czasie. Wprowadza błąd 2.3 m w zenicie.

Refrakcyjność mokra odpowiada tylko wodzie. Jej wkład jest niewielki, ale jest bardzo zmienna. Wprowadza błąd kilku dm w zenicie.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

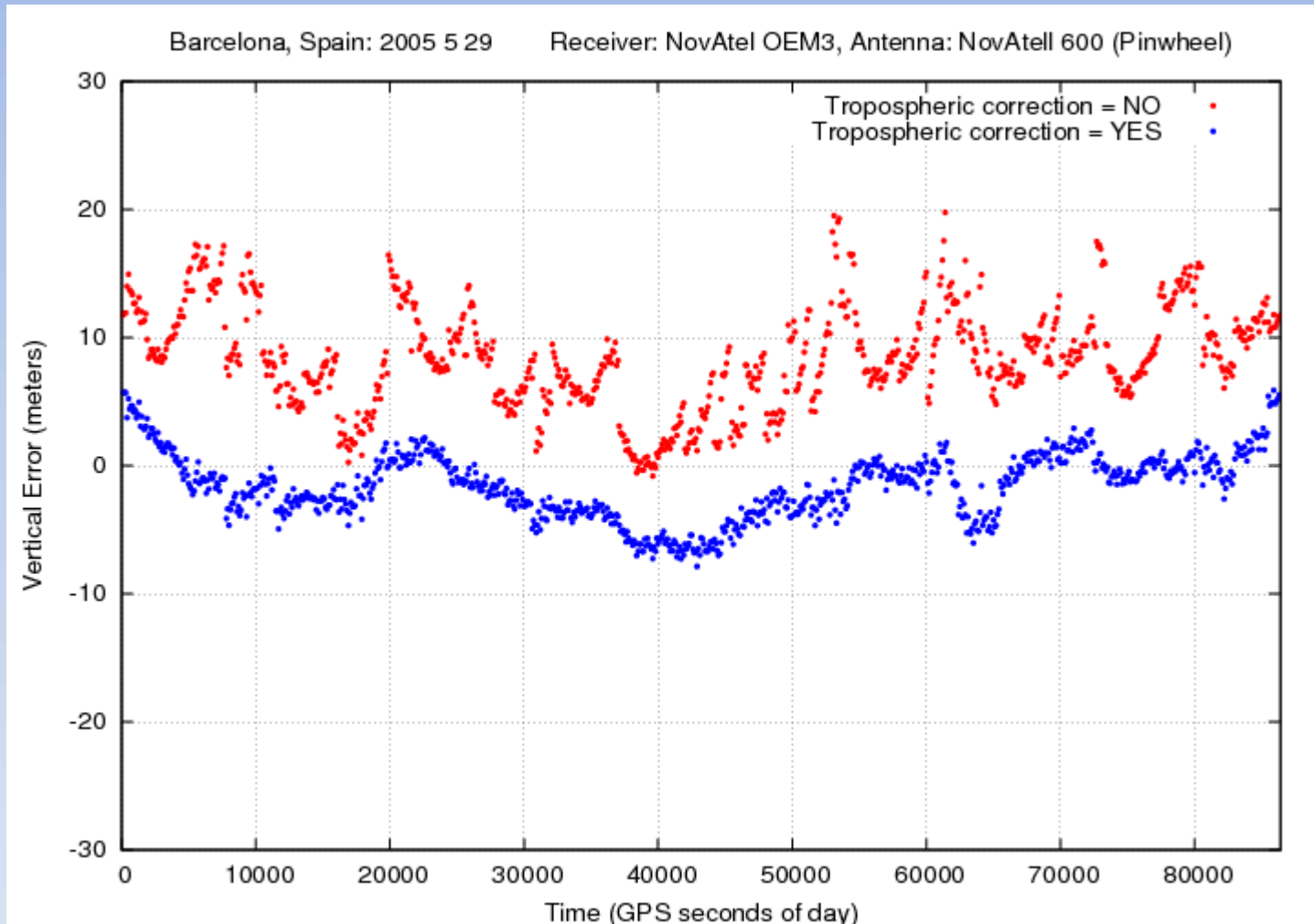
Opóźnienie sygnału satelitarne podczas przejścia przez troposferę



Rozrzut pozycji z i bez modelowania opóźnienia troposferycznego (lewy).
Globalna mapa szacowanej dokładności modelowania troposfery
w systemie Galileo (prawy).

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Opóźnienie sygnału satelitarne podczas przejścia przez troposferę



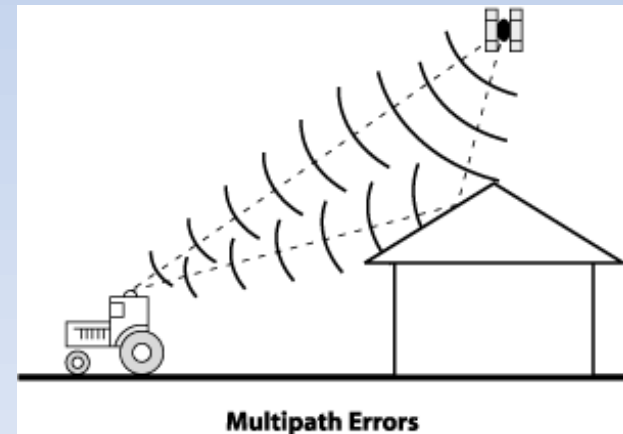
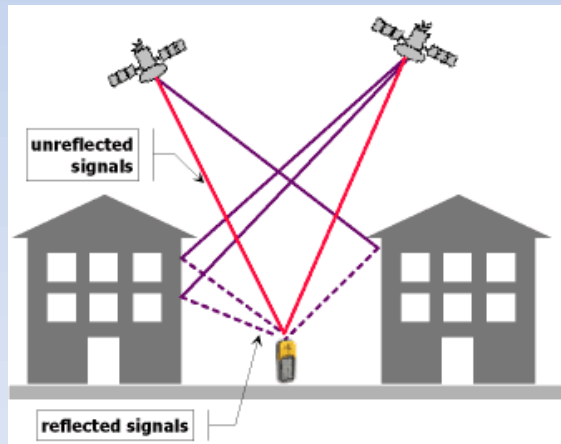
Błędy wysokości odbiornika spowodowane dobowymi zmianami opóźnień troposferycznych.

Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Wielodrogowość (wielotorowość) sygnału

W procesie określania pozycji użytkownika przyjmuje się, że jedynymi sygnałami docierającymi do anteny jego odbiornika są sygnały docierające bezpośrednio z satelitów (**straight path**).

W praktyce jednak podczas podejść do portów, szczególnie tych wielkich, poruszania się po mieście itp, można spodziewać się, że sygnał dotrze również drogą okrężną (**multipath**) w wyniku jednego lub więcej odbić od napotkanych po drodze przeszkód leżących na wysokości większej niż antena.

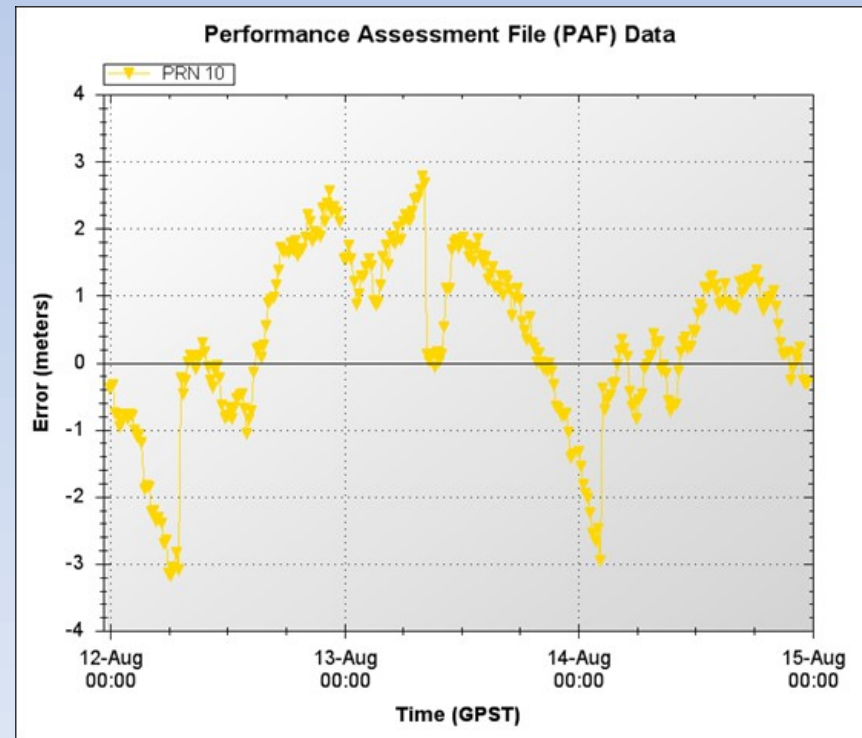
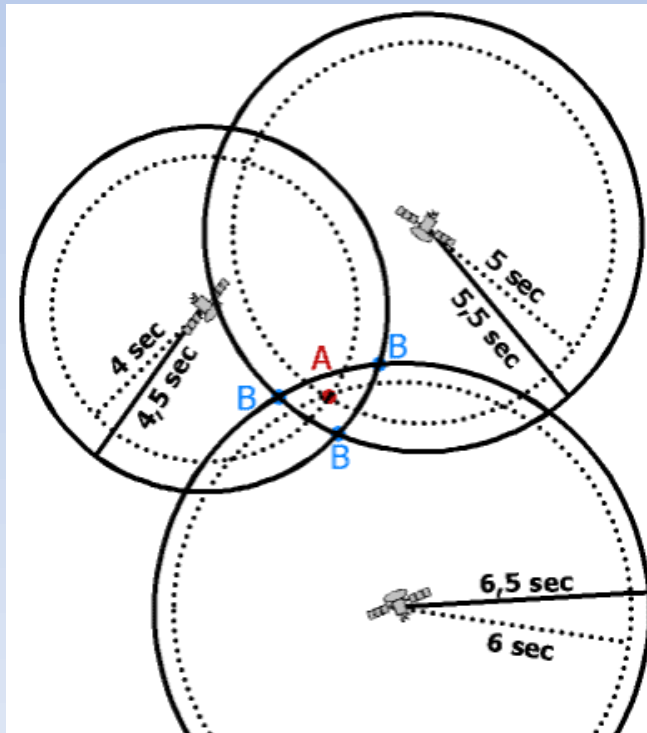


Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Błąd wzorca czasu satelity

Z uwagi na to, że odchyłka wzorca czasu zainstalowanego na satelicie (Δt_s) od czasu systemu jest jednym z czynników określających pseudoodległość, błąd znajomości tej odchyłki rzutuje na dokładność pozycji użytkownika.

Przyjmuje się z tego powodu błąd pozycji może zwiększyć się o około 1,5 m.

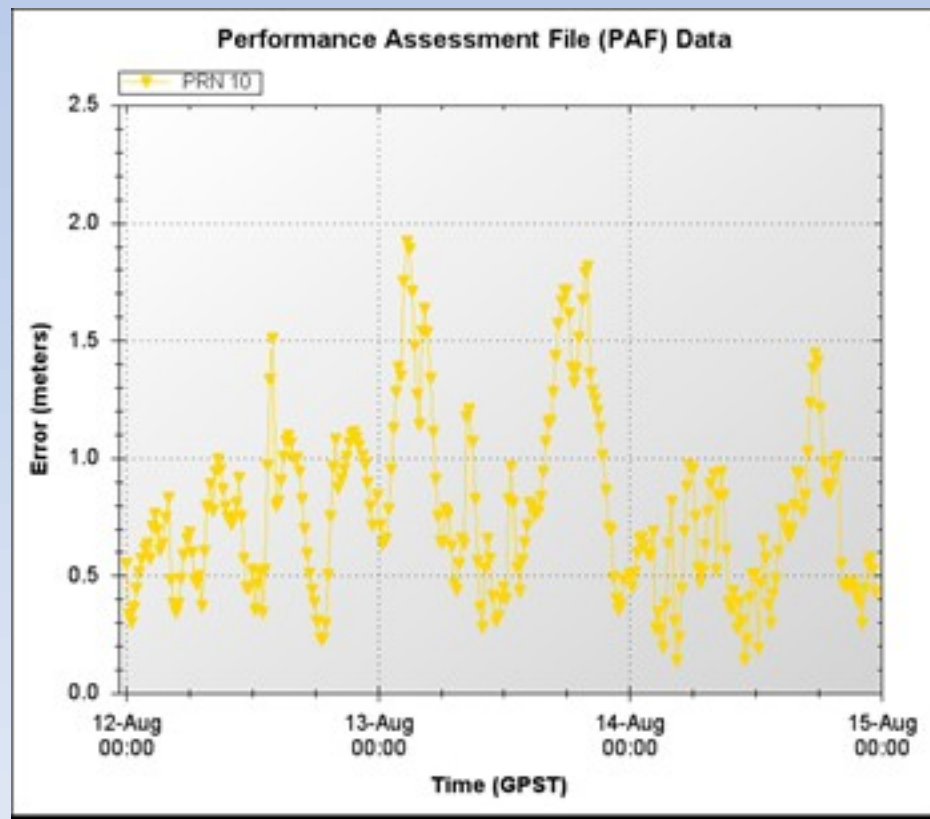


Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Błąd efemeryd

Błąd w pomiarze pseudoodległości uzależniony jest od znajomości współrzędnych satelity, czyli od znajomości jego efemeryd (parametrów orbity).

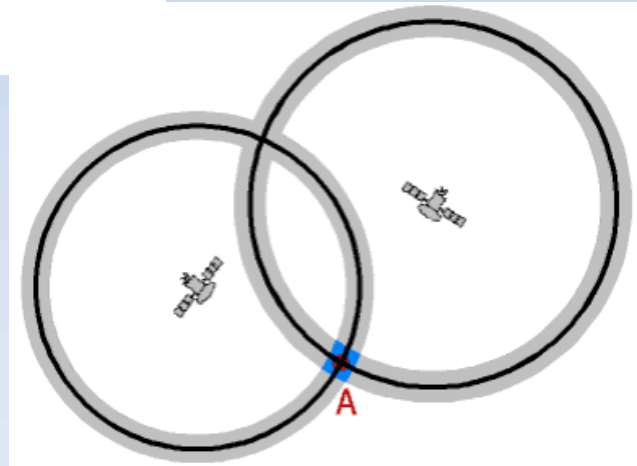
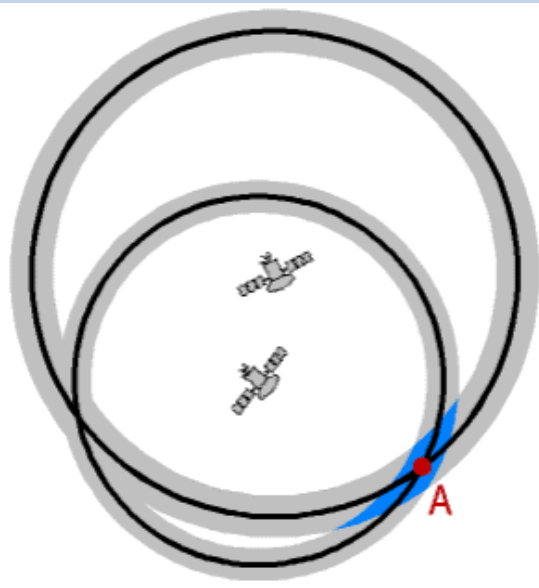
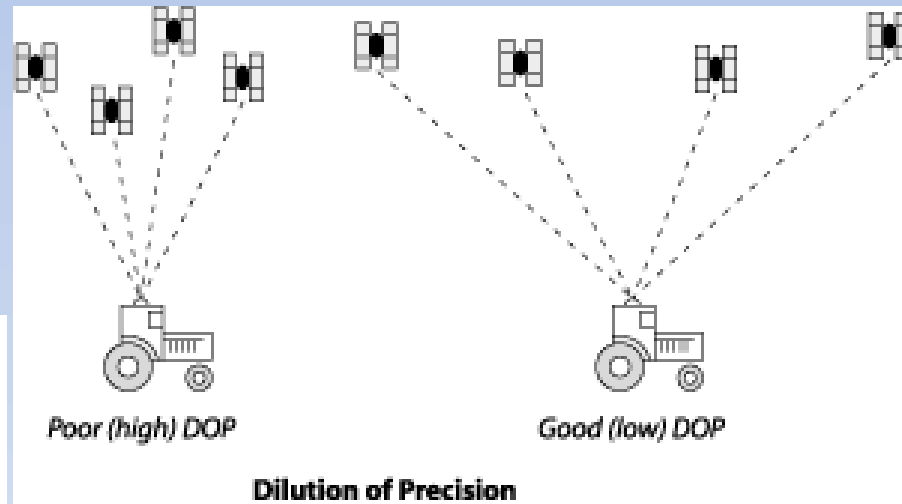
Przyjmuje się, że z tego powodu błąd użytkownika może zwiększyć się o około 2,5 m.



Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Czynnik geometryczny

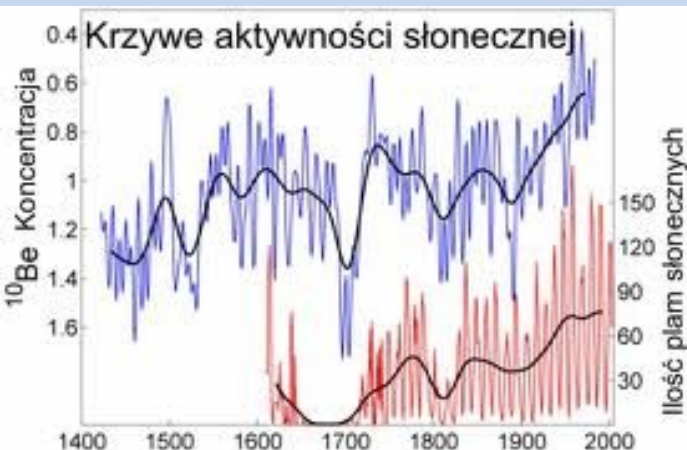
Dokładność wyznaczonej pozycji użytkownika oraz czasu jego wzorca zależy od wartości bezwymiarowego współczynnika rozmycia DOP. Wartość DOP zależy od położenia względem użytkownika satelitów, sygnały z których umożliwiają określenie jego współrzędnych.



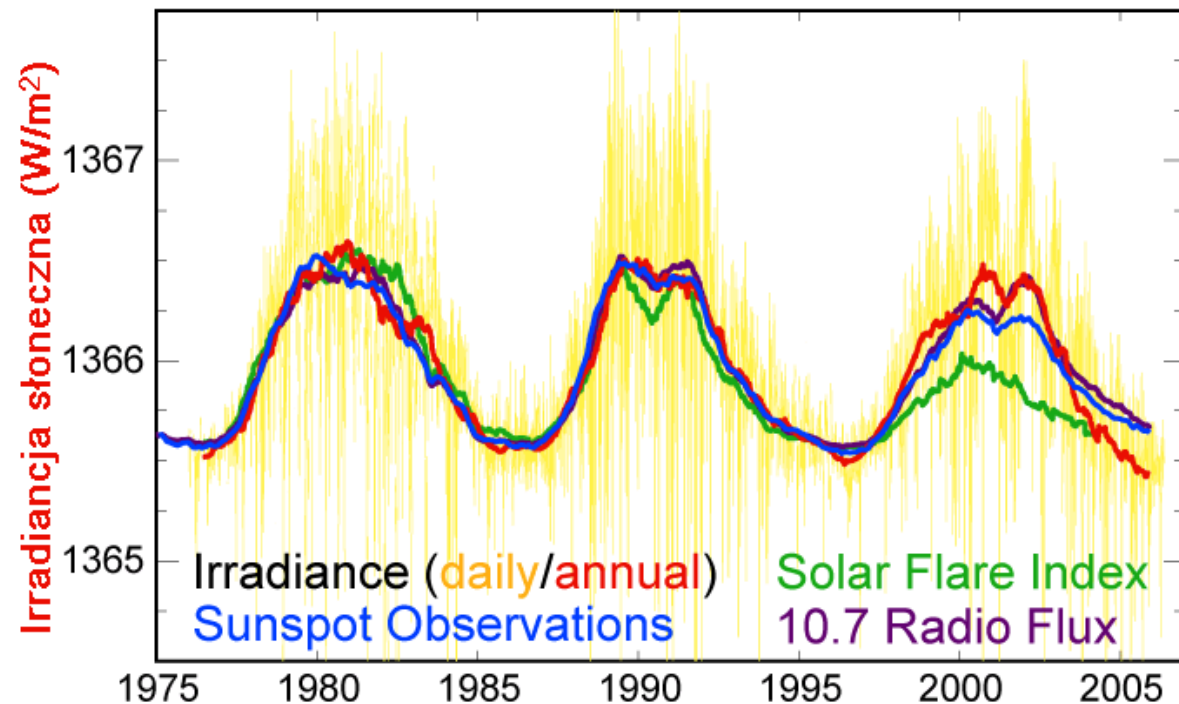
Czynniki wpływające na dokładność pozycji

Aktywność słoneczna

Aktywność słoneczna może wpłynąć niekorzystny sposób na propagację sygnałów satelitarnych, szczególnie w jonosferze.



Cykle aktywności słonecznej



Najdokładniejsze pomiary GNSS

Precise point positioning

Nieruchome odbiorniki korzystające z finalnych wersji orbit satelitów.

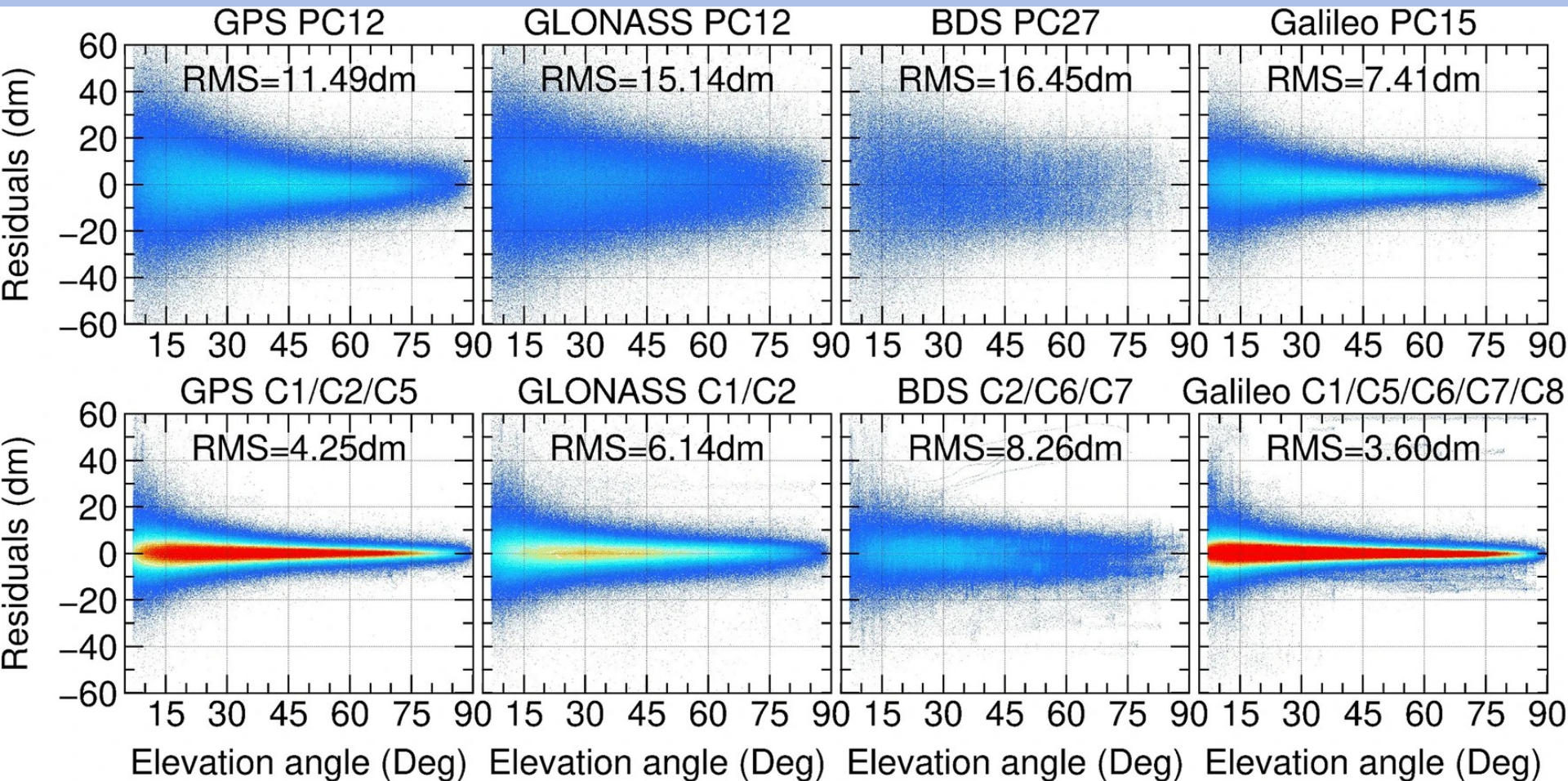
International GNSS Service

<https://igs.org/products/>

Najdokładniejsze pomiary GNSS

Precise point positioning

Nieruchome odbiorniki korzystające z finalnych wersji orbit satelitów.

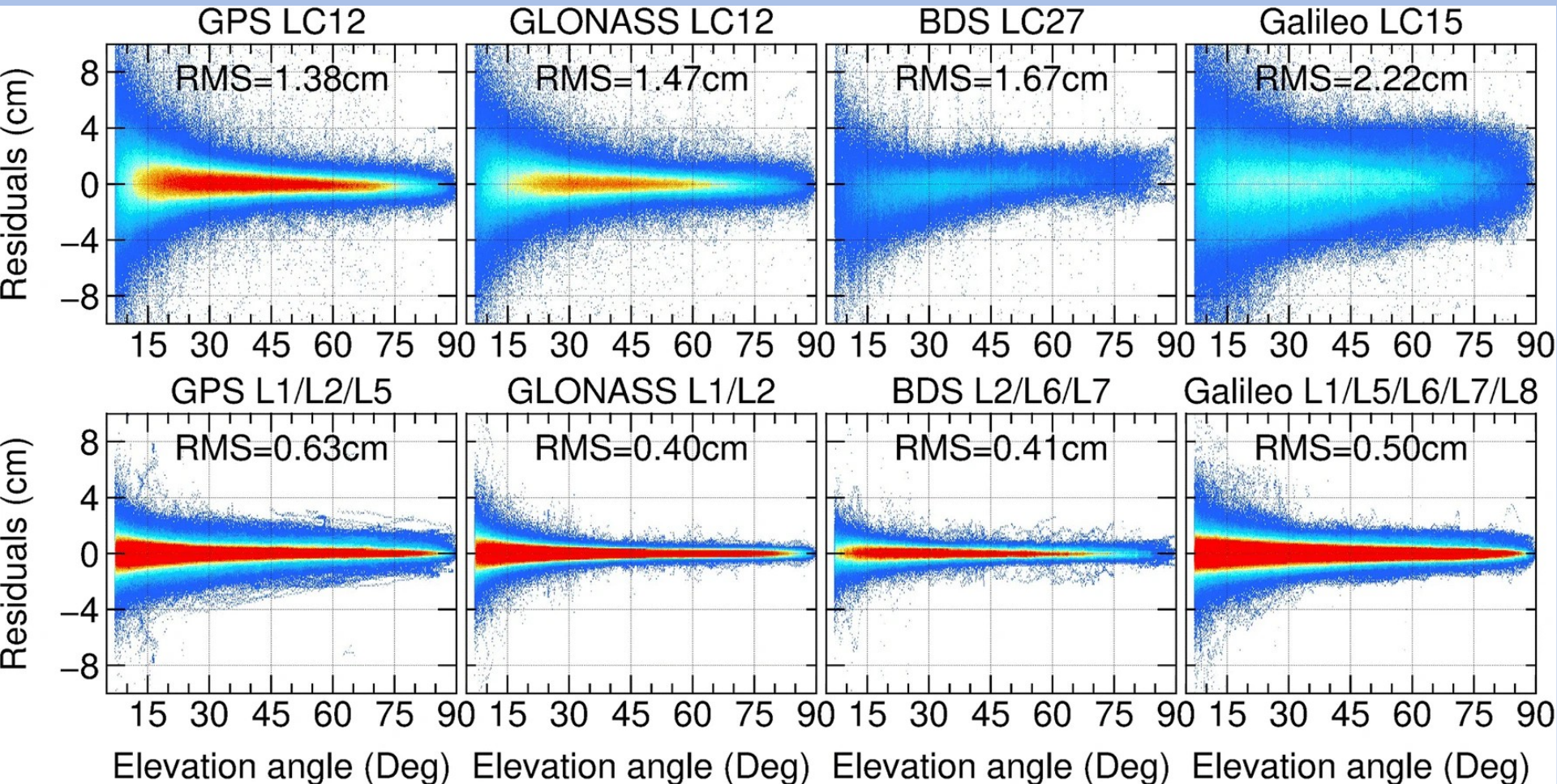


Pomiary odległości wykorzystujące tylko ciąg kodujący (An et al. 2020).

Najdokładniejsze pomiary GNSS

Precise point positioning

Nieruchome odbiorniki korzystające z finalnych wersji orbit satelitów.



Pomiary odległości wykorzystujące ciąg kodujący i fazę fali nośnej (An et al. 2020).

SA – Selective Availability

Założenia twórców systemu GPS było, żeby pozycja użytkownika była z dokładnością 400-500 m.

Po uruchomieniu systemu okazało się że dokładność jego wynosi 20-40 m.

Ze względów bezpieczeństwa władze USA postanowiły obniżyć dokładność systemu dla nieautoryzowanych użytkowników.

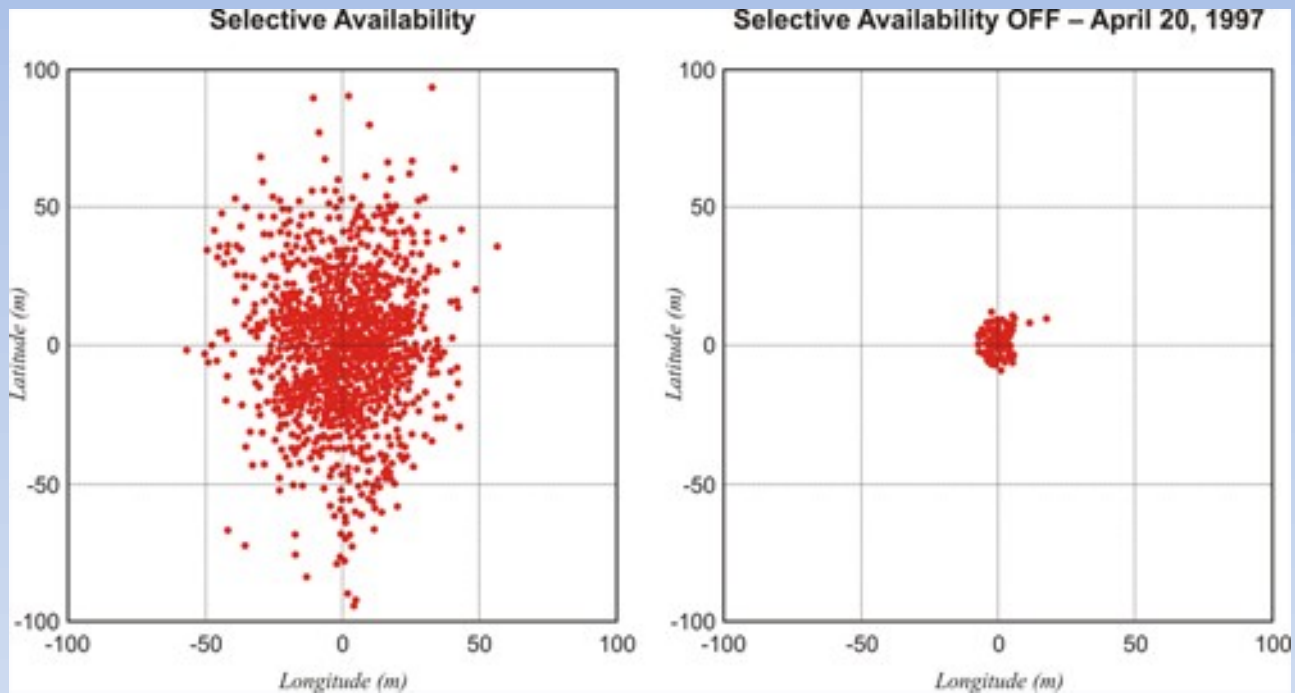
Zakłócenie oficjalnie działało od 25 marca 1990 roku do 2 maja 2000 roku i nazwano **Selective Availability (SA)**.

Z założenia zakłócenie to, polegające na celowym, okresowym zaburzeniu sygnału emitowanego przez satelitę, składa się z dwóch czynników, zwanych procesami:

ϵ (epsilon), w którym zaburzana jest efemeryda; dla użytkownika oznaczało to błędne obliczenie współrzędnych satelity, co prowadziło do błędu w pozycji do 70m,

δ (delta), w którym zaburzana jest informacja o częstotliwości zegara satelity; dla użytkownika oznaczało to błąd w określeniu momentu wysłania sygnału przez satelitę, co prowadziło do błędu o.k. 50 m o okresie 4 do 12 minut.

SA – Selective Availability



(data jest błędna)